

**Граница на ефикасни портфолија на Македонската берза за хартии од вредност**

Ристо Хаџи-Мишев

Скопје, 2011 година

## Апстракт

Целта на овој труд е да се конструира модел, врз база на концептите на модерната портфолио теорија, со кој очекувањата за основните макроекономски индикатори ќе можат да се претворат во одлука за инвестирање во ефикасни портфолија составени од акции на компаниите кои влегуваат во берзанскиот индекс МБИ10. Од тој аспект, овој труд започнува со емпириска анализа на макроекономските детерминанти на трендовите на Македонската берза за хартии од вредност. Притоа, врз база на анализираната емпириска литература, формулирана е стандардна регресиона равенка, во која вредноста на МБИ10 е зависна варијабла, а како независни варијабли се третираат инфлацијата, каматните стапки, индустриското производство и паричната маса. Проценката на соодветните параметри на равенката се врши со користење на методот на векторска корекција на грешка (ВЕКМ). Резултатите од емпириската анализа ја потврдуваат очекуваната позитивната врска помеѓу вредноста на МБИ10 и нивото на индустриското производство и паричната маса, од една страна, и инверзната врска помеѓу каматните стапки и инфлацијата, од друга страна. Ваквата емпириска врска потоа ја користиме со цел ги предвидиме трендовите на македонската берза во 2011 година, врз база на официјалните макроекономски проекции на носителите на економските политики во земјава.

Во фокусот на вториот дел од истражувањето се техниките за конструирање на оптимални портфолија од хартии од вредност тргувани на Македонската берза и анализа на нивото на системскиот ризик на македонскиот пазар на капитал. Во овој дел ја конструираме границата на ефикасни портфолија за чија пресметка се користи методот на познатиот Француски математичар Joseph-Louis Lagrange, за идентификување на екстремите на функции со повеќе варијабли во рамки на дадени ограничувања. Притоа заклучните согледувања укажуваат дека Македонската берза за хартии од вредност се карактеризира со релативно висока волатилност и од тој аспект техниките за диверзификација на ризикот се повеќе од потребни при инвестирањето. Од друга страна, анализата на системскиот ризик упатува на заклучок дека најголем дел од ризикот на пазарот на капитал во РМ е системски, од каде произлегува и дека цената на хартиите од вредност на македонскиот пазар на капитал најмногу зависи од системскиот ризик а не од индивидуалниот ризик на компаниите. Дополнително, анализата на користите од диверзификацијата во услови на дозволена кратка позиција во портфолијата укажува на подобрени можности за диверзификација, но ваквиот ефект во крајна линија е релативно слаб.

## СОДРЖИНА

### Вовед

#### **Глава 1. Емпириска анализа на макроекономските детерминанти на пазарот на капитал во Република Македонија**

1.1. Теоретска основа и преглед на емпириската литература.....	1
1.2. Податоци и дескриптивна анализа.....	2
1.3. Методологија.....	5
1.4. Модел, емпириски резултати и дискусија.....	6
1.5 Предвидување врз основа на моделот.....	10

#### **Глава 2. Пресметка на границата на ефикасни портфолија на пазарот на капитал во Република Македонија**

2.1 Процес на избор на оптимално портфолио.....	12
2.2 Математички аспекти на оптимизацијата на портфолија.....	13
2.3 Пресметка на границата на ефикасни портфолија составени од акциите на МБИ10 за 2011 година.....	16
2.3.1. Употреба на CAPM моделот за идентификување на очекуваниот принос на акциите од МБИ10.....	16
2.3.2. Пресметка на стандардната девијација на приносите со користење на модел на експоненцијално пондериран подвижен просек (Exponentially weighted moving average models).....	20
2.3.3.Пресметка на историската корелациона матрица помеѓу анализираните средства.....	20
2.3.4. Пресметка на границата на ефикасни портфолија со можност за кратка позиција во портфолиото.....	21
2.3.5. Пресметка на границата на ефикасни портфолија без можност за кратка позиција во портфолиото.....	25
2.4 Анализа на системскиот ризик на Македонската берза.....	26
<b>Заклучоци и препораки.....</b>	<b>28</b>
<b>Референци.....</b>	<b>30</b>
<b>Прилози.....</b>	<b>32</b>

## Вовед

Предмет на овој труд е истражување на користите и можностите за примена на концептите на модерната портфолио теорија за диверзификација и заштита од ризикот поврзан со инвестирањето на пазарот на капитал во Република Македонија. Дополнително, овој труд има за цел да конструира модел со кој очекувањата за основните макроекономски индикатори ќе може да се претворат во одлука за инвестирање во ефикасни портфолија составени од акциите на компаниите кои влегуваат во берзанскиот индекс МБИ10, притоа имајќи ги предвид историските поврзаности и бенефитите од диверзификацијата помеѓу истите. Од тој аспект, материјалот во овој труд е презентираан во два дела.

Во првиот дел се врши емпириска анализа на макроекономските детерминанти на пазарот на капитал во Република Македонија. Следејќи го стандардниот тек на една емпириска анализа, во оваа глава се дава детален и критички осврт на литературата (студии и истражувања) поврзана со анализата на факторите од макроекономската природа кои го детерминираат движењето на пазарот на капитал. Во оваа глава, посебен акцент ќе биде ставен на конструирање на економетриски модел кој ќе ја испита поврзаноста на основните макроекономски варијабли и движењето на пазарот на капитал во Република Македонија. За таа цел ќе биде поставена регресија на вредноста на МБИ10, како зависна променлива, од основните макроекономски показатели. Притоа се користат две економетриски техники<sup>1</sup> на истражување: методот на најмали квадрати (МНК) и Техника на векторска корекција на грешката (VECM). Сепак, имајќи ги во предвид предностите на VECM техниката во однос на останатите техники, резултатите од МНК ќе се користат само како индикација за насоката на влијание и значајноста на варијаблите, додека резултатите од VECM техниката ќе се користат за анализа и предвидување на долгорочната структурна врска помеѓу макроекономските детерминанти и МБИ10. На крајот на оваа глава се прави обид да се предвидат идните трендови на пазарот на капитал во Македонија врз база на официјалните предвидувања за основните макроекономски варијабли.

Вториот дел од трудот е посветен на процесот на оптимизација на портфолија составени од хартии од вредност на пазарот на капитал во Република Македонија врз база на концептот развиен од Хери Марковиц. Главата започнува со објаснување на процесот за идентификување на оптималното портфолио од хартии од вредност кој базира на решавање на алгоритмот на “критичната линија” (critical line algorithm) на Марковиц. Понатаму следува објаснување на основните математички аспекти на процесот на оптимизација на функции и пресметка на неопходните параметри за идентификување на границата на ефикасни портфолија ( принос, варијанса на приносот и коваријанси помеѓу приносите на различни хартии од вредност). На крај од овој дел презентирана е пресметката на границата на ефикасни портфолија за 2011 година составени од акции кои влегуваат во МБИ10 и анализа на систематскиот ризик поврзан со инвестирањето на Македонската берза.

---

<sup>1</sup> Соодветните економетриски техники се применети со користење на економетрискиот програмски пакет Eviews.

# Глава 1: Емпириска анализа на макроекономските детерминанти на пазарот на капитал во Република Македонија

## 1.1. Теоретска основа и преглед на емпириската литература

Влијанието на макроекономските варијабли на трендовите на пазарите на капитал е предмет на бројни теоретски и емпириски истражувања. Притоа теоретска рамка која можеби најдобро ја опфаќа оваа врска е Моделот на дисконтирана дивиденда (Dividend Discount Model) предложен од страна на Miller и Modigliani (1961). Според овој модел, тековната цена на хартијата од вредност зависи од сегашната вредност на сите дисконтирани идни приливи на таа хартијата од вредност. Следствено, детерминанти на вредноста на хартиите од вредност се бараната стапка на принос, односно дисконтната каматна стапка и очекуваните идни готовински приливи (види Oyama, 1997; Gan *et al* 2006; Humpe and Mcmillan, 2007; Leibowitz, Sorensen, Arnott и Hansen, 1989; и Tessaromatis, 2003). Притоа, очекуваниот принос на хартијата од вредност зависи од севкупните перформанси на економијата додека дисконтната стапка зависи од каматните стапки и премијата за ризик со која инвеститорите ја вреднуваат несигурноста на идните очекувани приноси. Се разбира, природата и интензитетот на влијанието на макроекономските варијабли на пазарот на капитал се разликува од земја до земја и во зависност од временскиот период за кој се врши анализата. Во овој контекст, очекувано би било да постои разлика помеѓу макроекономските детерминанти на пазарот на капитал во развиените земји и земјите во развој како резултат на различните економски фундаменти.

И покрај тоа што макроекономските детерминанти на пазарот на капитал имаат тенденција да се разликуваат од земја до земја, сепак од трудовите на Booth и Booth (1997), Wongbangpo и Sharma (2002), Chen (2003), Chen *et al.* (2005), Maysami и Koh (2000) и Mukherjee и Naka (1995) може да се заклучи дека стапката на инфлација, паричната маса, каматните стапки, индустриското производство или БДП и девизниот курс се најпопуларни варијабли за објаснување на трендовите на пазарите на капитал. Притоа, каматната стапка се очекува да има негативна врска со приносите на пазарот на капитал бидејќи зголемената каматна односно дисконтна стапка ја намалува дисконтираната вредност на идните очекувани приливи со што се намалува и цената на хартијата од вредност. Дополнително, и ефектот на супституција укажува на негативна врска на каматната стапка и приносите на пазарот на капитал. Имено, зголемената каматна стапка го зголемува опортунитетниот трошок од инвестирање во хартии од вредност со што предизвикува селење на капиталот во други каматносни инструменти (како на пример банкарски депозити или обврзници) и со тоа негативно влијае на цените на пазарот на капитал. Следствено и двата ефекта упатуваат на инверзна врска помеѓу каматната стапка и цената на хартиите од вредност.

Следна макроекономска варијабла која е идентификувана во емпириската литература како детерминанта на приносите на пазарот на капитал е паричната маса. Согласно конвенционалната економска теорија (Fama, 1981) зголемувањето на понудата на пари во економијата води кон зголемување на каматните стапки што во крајна линија негативно се одразува на цените на хартиите од вредност. Од друга страна Friedman (1988) очекува дека зголемувањето на понудата на пари во економијата ќе резултира со пораст на економската активност и ликвидноста во земјата што во крајна линија ќе резултира со поголема побарувачка за хартии од вредност и следствено поголема цена. Емпириските истражувања на Mukherjee и Naka (1995) потврдуваат дека зголемувањето на паричната маса се поврзува со економска експанзија што позитивно се одразува на цените на пазарот на капитал. Дополнително, трудот на Maysami и Koh (2000) ги потврдува резултатите од истражувањето на Mukherjee и Naka (1995) и притоа укажува на постоење на долгорочна и краткорочна интеракција помеѓу паричната маса и приносите на пазарот на капитал. Следствено и во нашата анализа очекуваме дека зголемувањето на паричната маса би имало позитивен ефект врз трендовите на Македонската берза за хартии од вредност.

Инфлацијата е исто така категорија која се користи за објаснување на варијабилитетот на пазарот на капитал. Теоретски, Fama и Schwert (1977) и Asprem (1989) укажуваат на позитивна корелација помеѓу инфлацијата и вредноста на акциите имајќи предвид дека акциите

претставуваат добра заштита од ризикот на инфлацијата бидејќи истите претставуваат реален имот и следствено нивната вредност треба да се зголемува во услови на инфлација. Спротивно на ова, емпириските истражувања на Barrows и Naka (1994), Chen et al. (1986) и Chen et al. (2005) укажуваат на негативна врска помеѓу инфлацијата и приносите на пазарот на капитал. Имено, порастот на инфлацијата или на очекуваната инфлација ќе придонесе за рестриктивна монетарна политика што во крајна линија негативно ќе се одрази на вкупната економска активност во земјата а со тоа и на вредноста на акциите. Од тој аспект, и во случајот на Македонската берза очекуваме инверзна врска помеѓу инфлацијата и приносите на хартиите од вредност.

Покрај каматните стапки, паричната маса и инфлацијата, девизниот курс е исто така фактор со кој се објаснуваат трендовите на пазарот на капитал во различните емпириски студии. Теоретската основа за влијанието на оваа варијабла врз приносите на берзата базира на трансмисиониот механизам на монетарната политика преку каналот на девизниот курс (Pan et al. 2007). Имено, депрецијацијата на локалната валута ги прави извозните добра на земјата поконкурентни на странските пазари, но во исто време увозните добра ги прави поскапи на домашниот пазар. Ова води до зголемување на вредноста на извозните фирми за сметка на намалување на вредноста на увозните фирми. Се разбира ваквиот ефект е валиден само доколку побарувачката за извозни и увозни добра е еластична. Дополнително и моделот на девизниот курс на Dornbusch и Fisher (1980) (flow oriented exchange rate model) ги поддржува тврдењата дека движењата на девизниот курс влијаат на конкурентноста и надворешно трговската позиција на земјата а со тоа и на готовинските текови на компаниите што во крајна линија се одразува на нивната вредност на пазарите на капитал. Значи во основа и двата пристапи укажуваат на врска помеѓу движењата на девизниот курс и приносите на пазарот на капитал. Сепак, во случајот на Република Македонија, имајќи ја предвид монетарната стратегија на фиксен девизен курс и фактот дека номиналниот девизен курс е стабилен од девалвацијата во 1997 година, сметаме дека оваа варијабла не е соодветна за објаснување на трендовите на пазарот на капитал.

Нивото на реалната економска активност е исто така една од клучните макроекономски детерминанти на трендовите пазарот на капитал. Очекуваната насока на оваа врска е позитивна бидејќи зголемената економска активност во земјата значи зголемен обем на работа на компаниите што очекувано доведува до позитивни трендови на берзата. Емпириските студии на Geske и Roll (1983), Fama (1990), Koutoulas и Kryzanowski (1996), и Kearney и Daly (1998) ја потврдуваат оваа позитивна врска и немаме никаква причина да очекуваме поинаква зависност во случајот на Македонската берза за хартии од вредност. Притоа, иако најпопуларна мерка за економската активност во една земја е нивото на Бруто домашниот производ (БДП), најчесто во емпириските анализи на оваа тема се користи индексот на индустриското производство, имајќи ја предвид посоодветната фреквенција на која се објавуваат податоците за индустриското производство (месечно) во однос на годишната или кварталната динамика на објавување на податоците за БДП.

Врз основа на теоретската и емпириската дискусија во овој дел можеме да ја дефинираме следнава врска помеѓу индексот на Македонската берза и основните макроекономски категории:

$$\text{МБИ10} = f(\text{Економска активност, Парична маса, Инфлација и Каматни стапки})$$

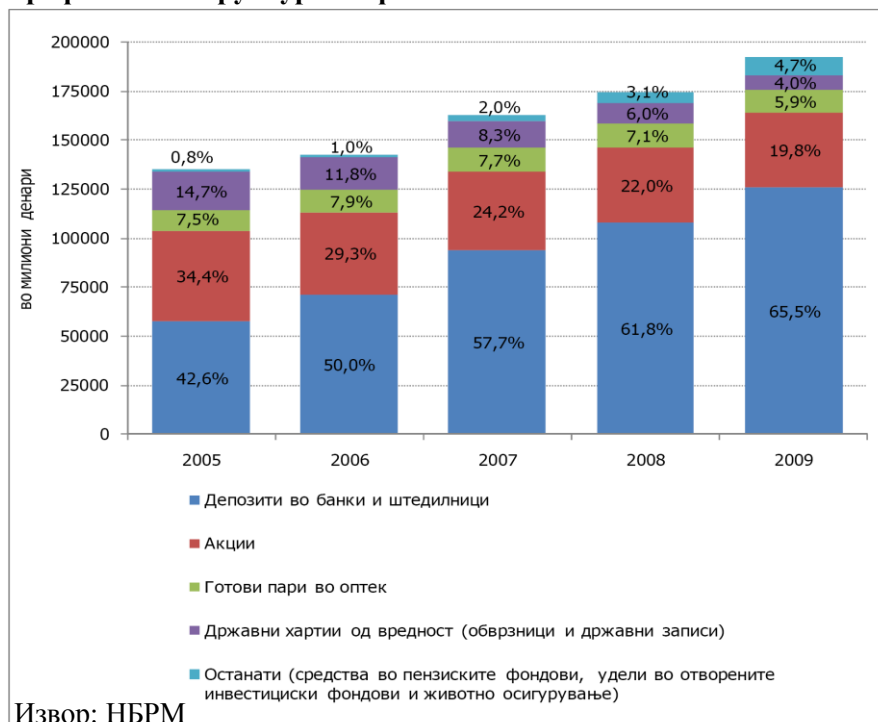
## 1.2. Податоци и дескриптивна анализа

Имајќи ја предвид вака дефинираната очекувана врска помеѓу МБИ10 и макроекономските трендови, следен чекор во анализата е избор на соодветни варијабли за идентификуваните макроекономски категории. Притоа основна дилема која се наметнува во оваа фаза е изборот на соодветната каматна стапка. За таа цел, во овој дел ќе ги анализираме каматните стапки на: благајнички записи, државни записи и банкарските депозити со цел да се идентификува најсоодветната каматна стапка за нашата емпириската анализа. Притоа, треба да

се има предвид дека каматната стапка во анализата се влучува како репер за опортунитетниот трошок врзан за инвестирањето на берза и од тој аспект избраната каматна стапка треба реално да ја претстави алтернативната употреба на средствата во однос на купувањето на акции. Имајќи го ова предвид, каматната стапка на благајничките записи на НБРМ ја оценуваме како неподобна за нашата анализа бидејќи согласно важечките законски прописи на домашните физички и правни лица (освен банките) не им е дозволено да купуваат благајнички записи. Дополнително, краткиот рок на кој се емитираат благајничките записи не кореспондира со долгорочниот карактер на инвестициите на пазарот на капитал и од тој аспект оваа каматна стапка не може да се третира како алтернативен принос за инвеститорите на Македонската берза. Во однос на каматната стапка на државните записи, можеме да констатираме дека истата ги задоволува сите критериуми да биде земена како репер за опортунитетен трошок бидејќи државните записи се достапни и со рочност од 12 месеци и притоа не ги исклучуваат домашните физички и правни лица од учество на аукциите. Сепак, анализирајќи ја структурата на финансиската актива на населението (Графикон 1), можеме да заклучиме дека, на крајот на 2009 година, само 4% од финансиската актива на населението е алоцирана во државни хартии од вредност во однос на 65% алоцирани во банкарски депозити, што укажува дека во пракса ретко кога оваа каматна стапка претставува опортунитетен трошок за инвеститорите. Дополнително, големата концентрација на финансискиот имот во депозити недвосмислено упатува на заклучокот дека каматната стапка во нашата анализа треба да е врзана за депозитен производ.

Понатаму, имајќи ја предвид секторската структура на прометот на Македонската берза, која укажува на доминантно учество на домашните физички лица (над 50%) во вкупниот промет, сметаме дека каматната стапка треба да е поврзана со депозитен производ на секторот население. Во однос на валутниот и рочниот квалитет на депозитот, нашевидување е дека со оглед на долгорочниот карактер на инвестициите на пазарот на капитал и фактот дека истите се деноминирани во денари, најсоодветен избор е долгорочен денарски депозит без валутна клаузула. Од тој аспект, како најоодветен избор за каматна стапка која претставува репер за алтернативната употреба на средствата на инвеститорите ја земаме просечно пондерираниот каматна стапка на новоодобрени банкарски депозити на население со денарски квалитет (без валутна клаузула) и орочени на долг рок.

**Графикон 1: Структура на финансиската актива на населението**



Значи, избрани варијабли кои ќе бидат вклучени во моделот се:

- **Пазарот на капитал:** индексот МБИ10. Притоа, индексот во емпириската анализа е вклучен како логоритам на просечно пондерираниот вредност на индексот на месечно ниво. Извор: Македонска берза за хартии од вредност.
- **Парична маса:** Вредност на монетарниот агрегат М2 во логоритам.Извор:НБРМ
- **Инфлација:** индексот на трошоци на живот (CPI), базичен (2003=100) во логоритми, објавен од страна на Државниот завод за статистика.
- **Каматна стапка:** годишна каматна стапка (во процентни поени) на новоодобрени долгорочни денарски банкарски депозити на население без валутна клаузула, објавена на веб страната на НБРМ.
- **Економска активност:** сезонски прилагоден базичен индекс на индустриско производство (2005=100), во логоритам, објавен на веб страната на Државниот завод за статистика.

Примерокот кој ќе биде предмет на анализа во оваа глава е составен од месечни податоци за соодветните варијабли за периодот од декември 2005 година до јуни 2010 или 55 обсервации што е доволно за издржана економетриска анализа. Притоа, должината на примерокот е детерминирана од расположливоста на податоци за избраните макроекономски варијабли.

### Интегративни карактеристики на сериите

Клучен аспект во анализата на временски серии е утврдување на интегративните карактеристики на сериите. Ова подразбира утврдување на стационарноста или нестационарноста на варијаблите. Притоа, временската серија се смета за стационарна доколку нејзината средина и варијанса се константни низ времето и вредноста на коваријансата помеѓу два временски периоди зависи само од дистанцата помеѓу двата временски периоди, а не зависи од фактичкото време во кое варијансата е пресметана (Gujarati, 2003, p. 797). За утврдување на интегративните карактеристики на временските серии анализирани во овој труд ќе се користат двата најпопуларни тестови за таа цел, ADF тестот ( Augmented Dickey Fuller) и Phillips-Perron тестот за постоење на единечен корен во серијата. Резултатите од соодветните тестови се презентирани во Табела 1.

**Табела 1: Интегративни карактеристики на временските серии**

Варијабла	ADF тест						
	во ниво			прва диференција			Заклучок
	Број временски задоцнувања *	t-статистика	Критична вредност на тестот за 5%	Број временски задоцнувања *	t-статистика	Критична вредност на тестот за 5%	
МБИ10	1	-1,476474	-2,917650	0	-3,946935	-2,917650	I(1)
CPI	0	-1,292855	-2,916566	0	-6,065878	-2,917650	I(1)
KS	1	-0,718078	-2,917650	0	-13,697570	-2,917650	I(1)
M2	0	-2,789571	-2,916566	0	-6,355629	-2,917650	I(1)
IP	6	-1,147464	-2,923780	0	-8,42768	-2,917650	I(1)

\* бројот на временски задоцнувања е одреден врз база на информациите ктитериуми

Варијабла	Phillips-Perron				
	во ниво		прва диференција		Заклучок
	t-статистика	Критична вредност на тестот за 5%	t-статистика	Критична вредност на тестот за 5%	
МБИ10	-1,401917	-2,916566	-3,930002	-2,917650	I(1)
CPI	-1,339485	-2,916566	-6,085175	-2,917650	I(1)
KS	-1,553293	-2,916566	-16,111090	-2,917650	I(1)
M2	-2,734973	-2,916566	-6,345601	-2,917650	I(1)
IP	-3,213651	-2,916566	-9,75039	-2,917650	I(0)



Резултатите од спроведените тестови укажуваат дека и во двата теста кај сите варијабли, освен кај индустриското производство, нултата хипотеза за постоење на единечен корен во серијата (односно дека серијата е нестационарна) во нивните нивоа не може да се одбие, што укажува дека овие серии се најверојатно нестационарни во своите нивоа. Сепак, по првото диференцирање на сериите, нултата хипотеза за постоење на единечен корен значајно се одбива што упатува на заклучок дека овие серии најверојатно стануваат стационарни после нивното прво диференцирање. Ова ни дава причина да веруваме дека овие варијабли се интегрирани од прв ред односно се  $I(1)$ . Во однос на индустриското производство, двата теста упатуваат на различен заклучок. Имено, ADF тестот укажува дека серијата е  $I(1)$  додека според PP тестот серијата е стационарна, односно  $I(0)$ . Сепак, и покрај дивергентните заклучоци на тестовите за стационарност, имајќи ги предвид искуствата од анализираната емпириската литература, каде во најголем дел оваа варијабла се третира како нестационарна, во понатамошниот тек на оваа анализата индустриското производство ќе се смета за варијабла интегрирана од прв ред. Ваквиот заклучок влијае на изборот на методологијата за оценка на врската помеѓу макроекономските варијабли и трендовите на пазарот на капитал во РМ.

### 1.3. Методологија

Економетриската литература сугерира дека при анализа на временски серии кои содржат единечен корен, но се интегрирани од ист ред, каков што е нашиот случај, најсоодветна економетриска техника е Јохансеновата техника за коинтеграција (Johansen Cointegration Technique). Оваа техника базира на концептот на мултиваријациона естимација (со повеќе зависни променливи) на максималните веројатности (Maximum Likelihood Multivariate Estimation) и овозможува проценување на коефициентите на долгорочната врска помеѓу варијаблите, како и проценување на брзината со која варијаблите се прилагодуваат на нивната долгорочна врска, што ја прави особено погодна за анализа на појави како што се берзанските индекси. Имено, очекувано е дека на краток рок, берзанскиот индекс ќе биде под влијание на фактори поврзани со моменталното однесувањето на инвеститорите, кое пак од друга страна зависи од променливи фактори кои најчесто и не можат да се квантифицираат. Од тој аспект, помеѓу макроекономските варијабли и берзанските индекси очекувано е да постои само долгорочна врска, која оваа техника може да ја процени. Примената на Јохансеновата техника за коинтеграција започнува со одредување на редот на VAR (Vector Auto Regression) моделот односно одредување на временското задоцнување на варијаблите кои се предмет на истражување во моделот. Притоа, редот на VAR се одредува врз база на резултатите од дијагностичките тестови на VAR или соодветните информационите критериуми. Понатаму, се тестира постоењето на коинтеграција и евентуално бројот на коинтеграциони вектори врз база на тестовите Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix –  $\lambda_{max}$  и Trace of the Stochastic Matrix –  $\lambda_{trace}$ . Притоа, под поимот коинтеграција, согласно дефиницијата на Engle и Granger, се подразбира постоење на стационарна линеарна комбинација помеѓу варијабли кои не се стационарни. Ова значи дека и покрај стохастичното движење на варијаблите, помеѓу нив може да се идентификува стабилна долгорочна врска. Во следната фаза, со помош на вака добиените вредности за временските задоцнувања и бројот на коинтеграциони вектори VAR моделот се трансформира во VECM (Vector Error Correction Mechanism). На крај се калкулираат и анализираат коефициентите од долгорочната и краткорочната врска помеѓу анализираните варијабли.

Покрај техниката Јохансен, во овој дел се вклучува и проценка на врската помеѓу макроекономските варијабли и трендовите на берзата врз база на методот на најмали квадрати (МНК). Сепак, имајќи ги предвид недостатоците кои овој модел ги има при анализа на ваков тип на временски серии, резултатите од истиот ќе бидат користени користат само за индикативна оценка на значајноста и насоката на врската помеѓу варијаблите.

#### 1.4. Емпириски резултати

Имајќи ги предвид претходно изнесените очекувања за макроекономските детерминанти на пазарот на капитал, ја дефинираме следната равенка:

$$\text{Log}(\text{МБИ10}_t) = \beta_0 + \beta_1 * \text{Log}(\text{M2}_t) + \beta_2 * \text{Log}(\text{IP}_t) + \beta_3 * \text{Log}(\text{CPI}_t) + \beta_4 * \text{KS}_t + \varepsilon_t$$

каде променливите се оние што ги дефинираме во претходниот дел,  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_4$  се параметрите на регресијата а  $\varepsilon_t$  е членот на случајна грешка. Како што спомнавме претходно, за естимација на параметрите на равенката ќе се користи Јохансеновата техника. Сепак, пред да пристапиме кон истата, индикативни естимации ќе се направат користејќи го методот на најмали квадрати (МНК) со цел да се добие прелиминарна проценка за насоката и значајноста на врската помеѓу варијаблите. Резултатите од овој метод се презентирани во Табела 2.

**Табела 2: Проценка на параметрите со МНК**

Варијабла	Коефициент	Стандардна грешка	t-статистика	p-статистика
M2	2,97347	0,48562	6,12310	0,00000
IP	1,31358	0,65211	2,01435	0,04940
CPI	-8,91769	1,92540	-4,63161	0,00000
KS	-0,300779	0,051544	-5,83537	0,00000
C	11,28326	5,09209	2,21584	0,03130
R2	0,69			
F-тест (p-стат)	0,00000			

Дијагностички тестови			
Тест	Т-статистика		Заклучок
	LM верзија	F верзија	
Тест за сериска корелација	CHSQ( 12)= 28.5871[.005]	F( 12, 38)= 3.4273[.002]	✗
Тест за функционална форма	CHSQ( 1)= 3.5352[.060]	F( 1, 49)= 3.3659[.073]	✓
Тест за нормалност	CHSQ( 2)= 1.0040[.605]	N/A	✓
Тест за хетероскедастичност	CHSQ( 1)= .16947[.681]	F( 1, 53)= .16381[.687]	✓

Евидентно е од резултатите дека избраните макроекономски варијабли се значајни детерминанти на МБИ10 и дека истите објаснуваат околу 70% од варијабилитетот на МБИ10. Дополнително, имајќи го предвид знакот пред соодветните коефициенти можеме да заклучиме дека насоката на влијание на сите варијабли е во согласност со нашите прелиминарни очекувања. Имено, еден процент пораст на паричната маса се очекува да придонесе за скоро 3% пораст на МБИ10 доколку останатите фактори останат непроменети. Понатаму, во услови на пораст на индустриското производство за 1%, емпириските резултати покажуваат дека треба да се очекува пораст на МБИ10 од 1,3%. Очекуваната инверзна зависност на МБИ10 со каматната стапка и инфлацијата се потврдува со пресметаните коефициенти кои укажуваат дека намалување на индексот на трошоци за живот за 1% ќе придонесе за пораст на МБИ10 од скоро 9%, а намалување на долгорочната каматна стапка за еден процентен поен ќе придонесе за 30% пораст на МБИ10. Анализата на дијагностичките тестови укажува дека моделот ја има соодветната функционална форма и дека резидуалите се нормално распоредени и хомоскедастични. Сепак, ваквата спецификација има проблем со сериската корелација, што и не е неочекувана појава при анализа на временски серии, но сепак укажува на ризик дека можеби вака пресметаните коефициенти не се соодветни.

Како што претходно споменавме, посоодветна техника за анализа на ваков тип временски серии е Јохансеновата техника на коинтеграција. Следејќи ја претходно опишаната постапка за примена на Јохансеновата техника пристапуваме кон одредување на редот на VAR моделот, односно бројот на временски задоцнувања со кои ќе се вклучат варијаблите во моделот. Притоа, со цел да се избегне преголема параметризација на моделот, максималниот број на временски задоцнувања кои ќе се анализираат се ограничува на 4. Во првата фаза, се анализираат вредностите на информационите критериуми за различен број на временски задоцнувања, кои се претставени во Табела 3.

**Табела 3: Број на временски задоцнувања на VAR врз база на информационите критериуми**

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	153.3838	NA	2.04e-09	-5.818971	-5.629577	-5.746598
1	409.0080	451.1015	2.43e-13	-14.86306	-13.72669*	-14.42882
2	448.5338	62.00125*	1.41e-13*	-15.43270*	-13.34936	-14.63659*
3	465.9957	23.96734	2.05e-13	-15.13709	-12.10677	-13.97911
4	492.9044	31.65727	2.21e-13	-15.21194	-11.23465	-13.69210

\* Оптимален ред на VAR моделот согласно соодветниот информативен критериум

Евидентно е од Табела 3 дека четири од пет информативни критериуми укажуваат дека најсоодветен ред на VAR моделот е VAR(2), односно калкулирање две временски задоцнувања во моделот. Сепак, имајќи предвид дека крајните резултати на анализата во голема мера се детерминирани од избраниот бројот на временски задоцнувања во моделот, во оваа фаза ќе ги анализираме и дијагностичките тестови за VAR(1), VAR(2), VAR(3) и VAR(4), со цел да се осигураме дека го избираме соодветниот ред на моделот. Притоа, како посоодветен ред на VAR моделот се смета оној кој има најмалку неостварувања на претпоставките на Класичниот линеарен регресионен модел (КЛРМ) во своите спецификации. Со цел да се заштеди простор, во Прилог 1б се презентирани само резултатите од соодветните дијагностички тестови на равенките во VAR моделот, за различен број на временски задоцнувања. Од резултатите се гледа дека VAR(2) и VAR(1) имаат ист број на неисполнувања на претпоставките на КЛРМ во спецификациите на своите равенки. Сепак, имајќи предвид дека VAR(2) има посоодветна спецификација во равенката на МБИ10, која е зависна променлива во оваа анализа, цениме дека е посоодветен избор во однос на VAR(1). Од тој аспект, и информационите критериуми и дијагностичките тестови упатуваат на заклучокот дека анализата треба да ја продолжиме со калкулирање на две временски задоцнувања во моделот.

Следна фаза во анализата е одредување на бројот на коинтеграциони вектори помеѓу варијаблите врз база на Јохансеновата техника за коинтеграција. За таа цел неопходна е пресметка на максималната карактеристична вредност на стохастичната матрица (Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix –  $\lambda_{max}$ ) и трага на стохастичната матрица (Trace of the Stochastic Matrix –  $\lambda_{trace}$ ). Во првиот случај хипотезата која се тестира подразбира дека рангот на векторот на коинтеграција ( $r$ ) е еднаков на хипотетичкиот ранг ( $s$ ) наспроти алтернативата дека  $r = s + 1$  (Harris and Sollis, 2003). Во вториот случај, нултата хипотеза е дека  $r = s$  додека алтернативната  $r \geq s + 1$  (Harris and Sollis, 2003). Притоа, нултата хипотеза се одбива доколку тест статистиката ја надминува соодветната критична вредност, а бројот на коинтеграциони вектори се одредува врз база на Pantula принципот (Johansen, 1992). При овој принцип, исто така неопходно е да се одреди присуството на детерминистички елементи во моделот преку разгледување на следниве пет опции:

1. Без пресек (отсечок) и без тренд во долгорочниот и краткорочниот модел
2. Пресек во долгорочниот модел и без тренд
3. Пресек во краткорочниот модел и без тренд
4. Пресек во краткорочниот модел и тренд во долгорочниот модел

5. Пресек во краткорочниот модел и тренд во краткорочниот

Сепак, имајќи предвид дека во економската литература најчесто користени се опциите 2,3 и 4, во овој дел од анализата тестирањето на коинтеграција ќе го спроведеме за овие три опции согласно Pantula принципот.

**Табела 5: Pantula принципот за одредување на бројот на коинтеграциони вектори (опција 2)**

Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\max}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r = 1$	49,34909	34,80587	0,0005
$H_0: r \leq 1$	$r = 2$	26,54612	28,58808	0,0891
Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\text{trace}}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r \geq 1$	97,10740	76,97277	0,0007
$H_0: r \leq 1$	$r \geq 2$	47,75830	54,07904	0,1623

**Табела 6: Pantula принципот за одредување на бројот на коинтеграциони вектори (опција 3)**

Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\max}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r = 1$	34,97419	33,87687	0,0369
$H_0: r \leq 1$	$r = 2$	20,32987	27,58434	0,3188
Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\text{trace}}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r \geq 1$	71,56124	69,81889	0,0361
$H_0: r \leq 1$	$r \geq 2$	36,58705	47,85613	0,3673

**Табела 7: Pantula принципот за одредување на бројот на коинтеграциони вектори (опција 4)**

Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\max}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r = 1$	35,98925	38,33101	0,0906
$H_0: r \leq 1$	$r = 2$	22,14373	32,11832	0,4823
Нулта хипотеза	Алтернативна	Карактеристична вредност ( $\lambda_{\text{trace}}$ )	Критична вредност (0,05)	P-статистика
$H_0: r = 0$	$r \geq 1$	87,02578	88,80380	0,0667
$H_0: r \leq 1$	$r \geq 2$	51,03652	63,87610	0,368

Од табелите јасно се гледа дека под опциите 2 и 3 и двата теста укажуваат на постоење на еден коинтеграционен вектор помеѓу варијаблите. Сепак, константата нема економска оправданост во анализата на долгорочната врска помеѓу МБИ10 и макроекономските варијабли, односно немаме причина да веруваме дека на долг рок ако објаснувачките варијабли се нула, МБИ10 би бил различен од нула. Од тој аспект, анализата ја продолжуваме со проценка на коинтеграциониот вектор под третата опција. По вметнувањето на соодветните рестрикции во коинтеграциониот вектор, со цел МБИ10 да се третира како зависна променлива, добиени се следниве проценки на параметрите од долгорочната врска меѓу макроекономските варијабли и индексот на Македонската берза (детали од проценката на коефициентите во Eviews се во прилог 1):

$$\text{Log}(\text{МБИ10}_t) = 3,097 * \text{Log}(\text{M2}_t) + 2,538 * \text{Log}(\text{IP}_t) - 7,07 * \text{Log}(\text{CPI}_t) - 0,27 * \text{KS}_t$$

стандардна грешка	(0,514)	(0,794)	(2,142)	(0,061)
t-статистика	6,021	3,193	3,299	4,522

Дијагностички тестови		
Тест	р-статистика	Заклучок
Тест за сериска корелација	0,5699	✓
Тест за нормалност	0,1598	✓
Тест за хетероскедастичност	0,5688	✓

Тестирање на хипотези			
Хипотеза	р-статистика	Заклучок	
Заеднички слаба егзогеност на регресорите	0,0001	се одбива	✓
M2 нема влијание на МБИ10 во долгорочната врска	0,0043	се одбива	✓
IP нема влијание на МБИ10 во долгорочната врска	0,0454	се одбива	✓
CPI нема влијание на МБИ10 во долгорочната врска	0,0077	се одбива	✓
KS нема влијание на МБИ10 во долгорочната врска	0,0330	се одбива	✓

Евидентно е од дијагностичките тестови дека спецификацијата е валидна. Коефициентите добиени во долгорочната врска, нивните стандардни грешки и спроведеното тестирање на хипотези, укажуваат дека дефинираните макроекономски варијабли се статистички значајни детерминанти на движењето на МБИ10. Дополнително, знаците пред соодветните коефициенти, кои ја покажуваат насоката на влијанието на варијаблите се совпаѓаат со нашите прелиминарни очекувања, но и со генералните заклучоци од анализираната емпириска литература. Имено, очекуваната позитивна врска помеѓу паричната маса и МБИ10 се потврдува и со добиениот коефициент на еластичност, кој укажува дека еден процент зголемување на паричната маса ќе предизвика просечно 3% зголемување на МБИ10. Понатаму, еден процент зголемување на индексот на индустриско производство ќе предизвика просечно 2,5% зголемување на МБИ10. Очекуваната инверзна зависност на инфлацијата со трендовите на пазарот на капитал се потврдува со добиениот коефициент на еластичност во долгорочната врска, кој укажува дека еден процент намалување на индексот на трошоци за живот ќе предизвика просечно 7% зголемување на МБИ10. Во однос на каматната стапка, добиениот коефициент на полу-еластичност укажува дека еден процентен поен намалување на каматната стапка на долгорочен денарски банкарски депозит на население без валутна клаузула ќе предизвика 27% зголемување на МБИ10. Коефициентот на краткорочното прилагодување на спецификацијата укажува дека отстапувањето од долгорочната рамнотежа ќе се корегира за период од 10 до 12 месеци. Сепак, имајќи предвид дека во краткорочната спецификација само коефициентот на паричната маса и каматната стапка се значајни и со соодветниот знак, можеме да констатираме дека на краток рок анализираната појава е под поголемо влијание на други, неопфатени фактори во моделот.

Притоа, исто така битно е да се спомене дека коефициентите и стандардните грешки добиени со Јохансеновата техника во голема мера се совпаѓаат со коефициентите добиени преку МНК, што е уште една причина да веруваме дека вака дефинираната врска е валидна и дека вредностите на коефициентите не се случајни.

**Табела 8: Споредба на коефициентите од МНК и VECM**

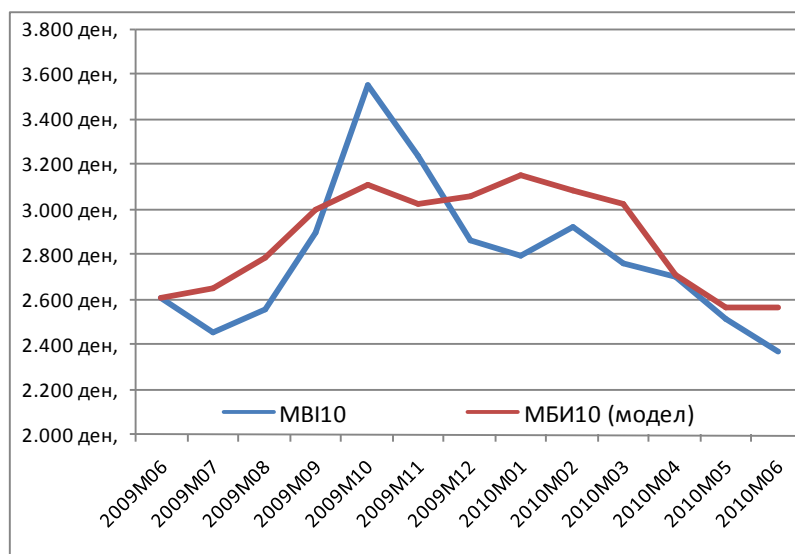
Варијабла	МНК		VECM	
	Коефициент	t-статистика	Коефициент	t-статистика
M2	2,97347	6,12310	3,09778	6,02140
IP	1,31358	2,01435	2,53893	3,19384
CPI	-8,91769	-4,63161	-7,06985	-3,29910
KS	-0,300779	-5,83537	-0,27829	-4,52239

### 1.5. Предвидување врз основа на моделот

Во овој дел од главата ќе се направи обид да се проектираат идните движења на МБИ10 врз основа на претходно дефинираната емпириска врска помеѓу макроекономските варијабли и трендовите на Македонската берза. За таа цел, неопходно е прво да се обезбедат официјални предвидувања за макроекономските варијабли кои се идентификувани како значајни детерминанти на МБИ10. Притоа, во овој труд, за таа намена ќе се користат официјалните макроекономски проекции на Народна Банка на Република Македонија (НБРМ), објавени на интернет страната на банката. Временскиот период за кој ќе се врши предвидувањето е од јануари 2011 година до декември 2011 година и истиот е ограничен од расположливоста на официјални проекции за макроекономските варијабли.

Сепак, пред да се пристапи кон проектирање на идните движења, неопходно е да се направи тестирање на ваквите карактеристики на моделот. За таа цел, прво ќе се обидеме да направиме експериментално “предвидување” на минатите вредности на МБИ10, со користење на претходно дефинираниот модел, и истите да ги споредиме со фактичките со цел да се оцени можноста овој модел да се користи за антиципирање на идните трендови на МБИ10. Притоа, имајќи го предвид релативно краткиот примерок кој се анализира во овој труд, тестирањето ќе се спроведе за 12 месеци и тоа од јуни, 2009 година до јуни 2010 година. Резултатите се претставени на Графикон 3.

**Графикон 3: Резултати од експерименталното тестирање на моделот во Eviews**



Од резултатите во Графикон 3 јасно се гледа дека предвиденото движење на МБИ10 согласно моделот во голема мера се совпаѓа со фактичкото движење на МБИ10 (коэффициент на корелација од 76%) што упатува на заклучок дека вака дефинираниот модел би можел да се користи за антиципирање на идните трендови на Македонската берза.

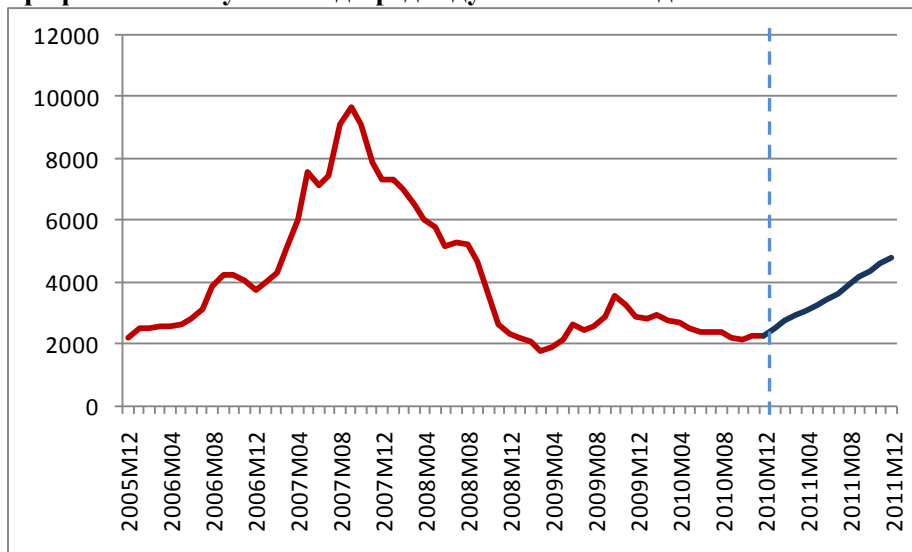
Следна фаза е предвидување на идните движења на МБИ10 врз база на официјалните предвидувања за макроекономските варијабли. За таа цел следниве претпоставки за макроекономските фундаменти ќе се користат:

**Табела 9: Проекции на макроекономските варијабли**

Варијабла	Претпоставки за 2011	Извор
Парична маса	12,8% годишен раст	НБРМ, квартален извештај, Октомври 2010
Инфлација	2-3% годишен раст	НБРМ, квартален извештај, Октомври 2010
Индустриско производство	3,3% годишен раст	Consensus forecasts

Во однос на избраната каматна стапка, следејќи ги сигналите од централната банка кои се во насока на намалување на цената на капиталот во економијата, претпоставуваме намалување на просечното ниво на избраната каматна стапка и тоа од 10,1% во 2010 на 8,9% во 2011 година. Понатаму, вака дефинираните варијабли се претворени во месечни податоци, со помош на линеарна интерполација и запазувајќи ги притоа вообичаените сезонски флукуации на варијаблите. Врз основа на така изведените очекувани движења на независните променливи во моделот, предвидувањето на МБИ10 за 2011 година е претставено на Графикон 4.

**Графикон 4: Резултати од предвидувањето на моделот во Eviews**



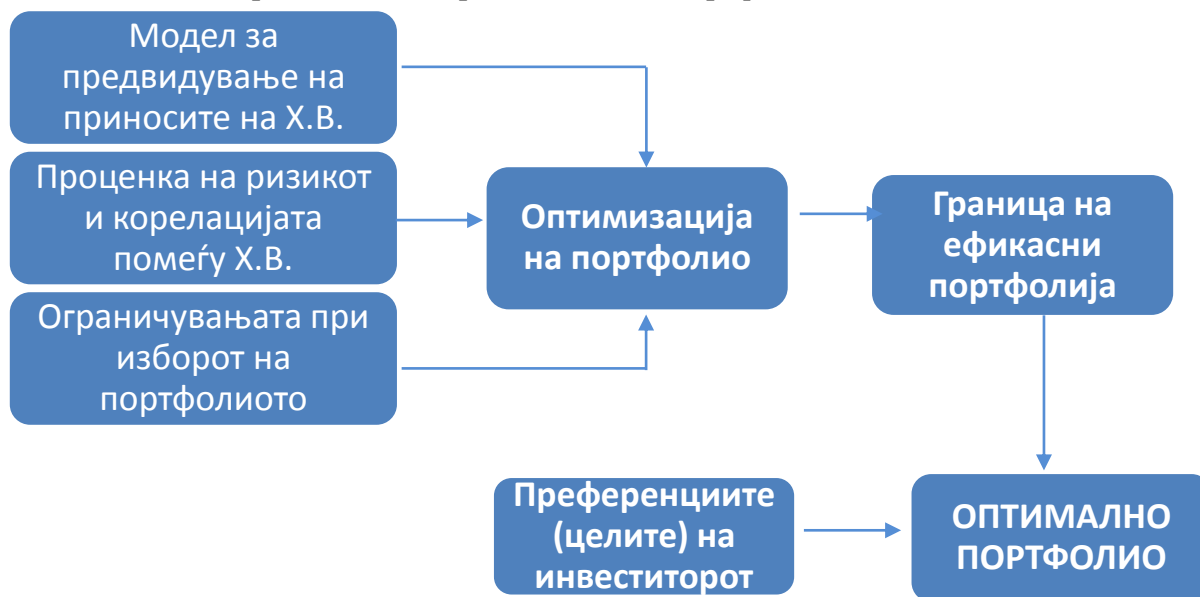
Вака пресметаното очекувано движење на МБИ10 во 2011 година укажува дека врз база на овие макроекономски претпоставки за 2011 година, просечната месечна стапка на принос на МБИ10 изнесува 6,2% и истата ќе се користи во следниот дел од трудот за одредување на границата на ефикасни портфолија.

## Глава 2: Пресметка на границата на ефикасни портфолија на пазарот на капитал во Република Македонија

### 2.1. Процес за избор на оптимално портфолио

Во 1952 година Harry Markowitz вовеле нов концепт на квантитативен финансиски менаџмент кој подоцна прерасна во основа на модерната портфолио теорија. Имено, Markowitz во својот труд го квантифицира добро познатиот концепт на диверзификација на ризикот преку анализа на коваријансата и корелацијата помеѓу хартиите од вредност. Притоа во овие анализи, различните средства се анализираат од аспект на нивниот придонес во диверзификацијата на вкупниот ризик на портфолиото а не од аспект на нивните индивидуални карактеристики. Ваквиот револуционерен концепт го свртува вниманието на инвеститорите од изборот на соодветни хартии од вредност, кон избор на соодветно портфолио, кое максимално ќе ги искористува користите од диверзификацијата. Во такви услови, инвеститорите треба да ги базираат своите инвестициони одлуки на односот помеѓу ризикот и приносот на соодветните портфолија, односно за соодветно ниво на принос да го изберат она портфолио, од сетот на можни портфолија, кое ќе има најмал ризик или за дадено ниво на ризик да го изберат она портфолио кое ќе има најголем принос. Притоа, сетот на сите вака дефинирани ефикасни портфолија се нарекува граница на ефикасни портфолија. Иако овој теоретски концепт е прилично интуитивен и едноставен, практичната имплементација на истиот е доста сложена. Целиот процес на избор на оптималното портфолио е претставен на Слика 1.

Слика 1: Процесот на избор на оптимално портфолио



Извор: Frank J. Fabozzi, Francis Gupta, and Harry M. Markowitz, "The Legacy of Modern Portfolio Theory," *Journal of Investing* (Fall 2002), p. 8.

Од сликата се гледа дека процесот за идентификување на оптималното портфолио започнува со дефинирање на модел за предвидување на идните приноси на хартиите од вредност или средствата кои се анализираат како потенцијали инвестициони можности. За таа цел во овој труд ќе се користат резултатите добиени од емпирискиот модел развиен во втората глава. Следна фаза од процесот е пресметка на соодветните параметри за ризикот поврзан со приносите на хартиите од вредност (варијансата на приносите) и коефициентот на корелација и коваријансата на приносите на одделните хартии од вредност. Понатаму следува дефинирање на соодветните ограничувања при изборот на портфолио. Тука влегуваат: дефинирање на можноста одредена хартија од вредност да влезе во портфолијото со негативен пондер, што всушност би значело завземање на кратка позиција во однос на таа хартија од вредност, дефинирање на максималното и минималното учество на одреден тип на хартии од вредност во портфолиото и сл. Ова покрај од преференциите на инвеститорот, зависи и од локалната регулатива. Вака дефинираните влезни големини се користат во математичките модели за



оптимизација за дефинирање на сетот на оптимални портфолија за различни новаа на принос или ризик со цел да се изведе границата на ефикасни портфолија. Потоа, инвеститорот избира портфолио од сетот на оптимални портфолија кое најдобро ги задоволува неговите преференции.

## 2.2. Математички аспекти на оптимизацијата на портфолија

Овој дел од трудот има за цел да даде формален, математички контекст на процесот на оптимизација на портфолија. За таа цел ќе разгледаме неколку случаи на оптимизација. Прво да разгледаме пример кога имаме  $N$  број на средства, кој се комплетно независни (значи имаат коефициент на корелација 0), имаат ист принос ( $\mu$ ) и иста стандардна девијација ( $\sigma^2$ ). Притоа претпоставуваме дека инвеститорот сака да држи иста пропорција од секое средство во своето портфолио (значи учеството на секое средство во портфолиото е  $1/N$ ). Во таков случај приносот на портфолиото е ист за секоја комбинација на средствата а варијансата ( $\sigma_p$ ) на портфолиото е:

$$\sigma_p = \sqrt{\left(N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma^2 + 2 \left(\frac{N(N-1)}{2}\right) \left(\frac{1}{N}\right) \left(\frac{1}{N}\right) \rho \sigma^2}\right)}$$

или

$$\sigma_p = \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{N} + \frac{(N-1)}{N} \rho \sigma^2\right)}$$

доколку извадиме  $\sigma$  пред коренот имаме:

$$\sigma_p = \sigma \sqrt{\left(\frac{1}{N} + \rho \frac{(N-1)}{N}\right)}$$

доколку, како што претпоставивме, се работи за независни средства односно средства кои не се корелирани ( $\rho=0$ ), тогаш евидентно е дека вториот дел од изразот во заградата е 0 и дека:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_p = \lim_{N \rightarrow \infty} \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{N}\right)} = 0$$

или со зборови, кога  $N$  тежнее кон бесконечност, варијансата на портфолиото тежнее кон 0. Ова значи дека доколку вклучиме голем број независни средства во портфолиото со иста стандардна девијација и ист принос, варијансата на вкупното портфолио може да се сведе на занемарно мала вредност. Сепак, во пракса ретко се наоѓаат голем број на средства кои се меѓусебно комплетно независни и од тој аспект ваква диверзификација на ризикот реално е многу тешко остварлива.

Значително пореална ситуација ќе добиеме доколку се напуштат претпоставките за независност, еднакви приноси и еднаква стандардна девијација на средствата и еднакво учество на одделните средства во вкупното портфолио. Значи претпоставуваме  $N$  средства кои не се независни. Во такви услови изборот на инвеститорот може да се претстави со вектор  $W = \{W_i\}$  од  $N$  членови, каде  $W_i$  е учеството на средството  $i$  во вкупното портфолио. Да претпоставиме дека приносите на анализираните средства се нормално дистрибуирани и истите се претставени преку вектор  $\mu = \{\mu_i\}$  со  $N$  членови и  $N * N$  матрица на варијансите и коваријансите помеѓу средствата  $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}$ . Имајќи ги предвид овие претпоставки, приносот и варијансата на хипотетичното портфолио  $a$  со пондери  $W_a = \{W_i\}_a$  се еднакви на:

$$\mu_a = w_a' \mu \text{ или } E(\mu_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(\mu_i)$$

$$\sigma_a^2 = w_a' \sum w_a \text{ или } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(\mu_i \mu_j)$$

На пример, за портфолио од две средства, со пондери  $W_a = \{W_{a1}, W_{a2}\}$ , очекуваниот принос на целото портфолио е:

$$\mu_a = w_{a1} \mu_1 + w_{a2} \mu_2$$

а варијансата на портфолиото:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= (w_{a1} w_{a2}) \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \\ &= (w_{a1} \sigma_{11} + w_{a1} \sigma_{21} w_{a2} \sigma_{12} + w_{a2} \sigma_{22}) \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \\ &= (w_{a1}^2 \sigma_{11} + w_{a2}^2 \sigma_{22} + 2w_{a1} w_{a2} \sigma_{12}) \\ &= (w_{a1}^2 \sigma_1^2 + w_{a2}^2 \sigma_2^2 + 2w_{a1} w_{a2} \sigma_{12}) \end{aligned}$$

Вака дефинираната формула за варијансата на портфолиото, изведена од Markowitz, ги вклучува и ефектите од диверзификација кои произлегуваат од корелациите помеѓу приносите на различните средства. Притоа, идентификувањето на портфолиото со најголеми користи од диверзифицирањето, односно со најмала варијанса за дадено ниво на принос, се врши преку минимизирање на вака дефинираната функција на варијансата на приносот на портфолиото. Притоа, целта е да се идентификува структурата на портфолиото, односно учествата на одделните хартии од вредност во портфолиото, за кои варијансата на приносот на вкупното портфолио е најмала.

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(\mu_i \mu_j)$$

При минимизирање на функцијата на варијансата на портфолиото неопходно е да се имаат во предвид најмалку следниве ограничувања:

$$E(\mu_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(\mu_i)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

односно, ограничување поврзано со формулата за пресметка на приносот на портфолиото и ограничување кое произлегува од фактот дека збирот на учествата на сите хартии од вредност во портфолиото мора да е 1. Дополнително, тука може да се вклучат и други ограничувања кои се поврзани со стратегијата на инвестирање, како на пример максимално учество на одредена индустрија или конкретна хартија од вредност во портфолиото, постоење на кратка позиција во портфолиото и сл. Притоа, инкорпорирањето на овие ограничувања и пресметувањето на границата на ефикасни портфолија во случајот со портфолио составено од две средства е релативно едноставна алгебарска трансформација на основната формула на Markowitz. Имено, имајќи предвид дека збирот на  $W_1$  и  $W_2$  мора да е 1, имаме:

$$w_1 + w_2 = 1 \quad \text{или} \quad w_2 = 1 - w_1$$

Доколку за  $W_2$  замениме во равенката за  $\sigma_p$ :

$$\sigma_p^2 = (w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1) \sigma_{12})$$

и во равенката на приносот:

$$\mu_a = w_1 \mu_1 + (1 - w_1) \mu_2$$

$$\mu_a = w_1 \mu_1 + \mu_2 - w_1 \mu_2$$

$$\mu_a - \mu_2 = w_1 (\mu_1 - \mu_2)$$

$$w_1 = \left( \frac{\mu_a - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right)$$

можеме да ја добиеме варијансата на портфолиото како функција од приносот на портфолиото:

$$\sigma_p^2 = \left( \frac{\mu_a - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 \sigma_1^2 + \left( 1 - \frac{\mu_a - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 \sigma_2^2 + 2 \left( \frac{\mu_a - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right) \left( 1 - \frac{\mu_a - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right) \sigma_{12}$$

Во оваа равенка единствена непозната од десната страна е приносот на портфолиото,  $\mu_a$ . Од тој аспект, доколку ја пресметаме варијансата на портфолиото за различните опции на очекуваниот принос на портфолиото ќе ја добиеме границата на ефикасни портфолија составена од определени две средства.

Сепак, вака едноставната алгебарска трансформација на основната формула на Markowitz за варијанса на портфолио не можеме да ја примениме за добивање на границата на ефикасни портфолија во случаи кога се работи за портфолија составени од повеќе од две средства. Притоа во такви случаи го користиме Лагранжовиот метод<sup>2</sup> за минимизирање на функции со повеќе варијабли во рамки на дадени ограничувања. Овој метод подразбира прво трансформирање на ограничената функција во неограничена па потоа изедначување на парцијалните диференцијали на функцијата во однос на непознатите со нула, со што се добива конечно решение за екстремите на функцијата. Дефинираната лагранжова функција за минимизирање на:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(\mu_i \mu_j)$$

во услови на ограничувања:

$$E(\mu_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(\mu_i) \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

е претставена како:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(\mu_i \mu_j) + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^n w_i E(\mu_i) - E(\mu_p) \right) + \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^n w_i - 1 \right)$$

каде  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  се лагранжови мултипликатори.

<sup>2</sup>Методот е наречен по францускиот математичар Joseph-Louis Lagrange, кој го развил методот за идентификување на екстрими на ограничени функции со повеќе варијабли.

Следна фаза е изедначување на парцијалните диференцијали на функцијата  $L$  во однос на непознатите со нула:

$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = 2w_1\sigma_{11} + 2x_2\sigma_{12} + \dots + 2w_n\sigma_{1n} + \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L}{\partial w_n} = 2w_1\sigma_{n1} + 2w_2\sigma_{n2} + \dots + 2w_n\sigma_{nn} + \lambda_1 \mu_n + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = w_1\mu_1 + w_2\mu_2 + \dots + w_n\mu_n - \mu_p = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = w_1 + w_2 + \dots + w_n - 1 = 0$$

На крај добиваме систем од  $N+2$  линеарни равенки со  $N+2$  непознати. За решавање на овој систем се користат матрици. Притоа од равенките ги дефинираме следниве три матрици:

$$C * W = K$$

$$C \equiv \begin{bmatrix} 2\sigma_{11} & 2\sigma_{12} & \dots & 2\sigma_{1n} & \mu_1 & 1 \\ \vdots & & & & & \\ 2\sigma_{n1} & 2\sigma_{n2} & & 2\sigma_{nn} & \mu_n & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & & \mu_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W \equiv \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \text{ и } K \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mu_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

значи:

$$W = C^{-1} * K$$

Имајќи ги предвид својствата на матриците, за решавање на системот неопходно е матрицата  $C$  да не биде сингуларна за да може да се пресмета инверзна матрица,  $C^{-1}$ . Резултатите добиени во матрицата  $W$  ја покажуваат структурата, учеството на секое од анализираните средства, во портфолиото со најмала варијанса на очекуваниот принос, односно портфолиото каде користите од диверзификација се најголеми за дадено ниво на принос на портфолиото. Притоа, вака опишаната постапка се повторува за сите различни варијанти на очекуван принос на портфолиото со цел да се добие границата на ефикасни портфолија.

### 2.3. Пресметка на границата на ефикасни портфолија составени од акциите на МБИ10 за 2011 година

Како што видовме во претходниот пример, постапката за идентификување на оптималното портфолио, односно портфолиото каде користите од диверзификацијата се најголеми, започнува со дефинирање на претпоставките за очекуваниот принос и стандардната девијација на сите анализирани средства, како и на коваријансите помеѓу нив. Од тој аспект и првата фаза од процесот на пресметка на границата на оптимални портфолија составени од акциите на МБИ10 е пресметка на потребните параметри за оптимизација на портфолија, односно:

1. Пресметка на очекуваниот принос на одделните акции за 2011 година;
2. Пресметка на варијансата, односно стандардната девијација на одделните акции;
3. Пресметка на корелациите помеѓу акциите во МБИ10.

#### 2.3.1. Употреба на CAPM моделот за идентификување на очекуваниот принос на акциите од МБИ10

Во овој дел од трудот ќе се обидеме преку користење на моделот за вреднување на капиталните средства (CAPM) да ги пресметаме бараните стапки на принос на акциите кои влегуваат во МБИ10 за 2011 година, кои ќе се користат како претпоставка за очекуваниот принос во рамките на анализата на ефикасните портфолија од МБИ10. Притоа, првата фаза од примената на CAPM за одредување на бараната стапка на принос на акциите од МБИ10 е пресметка на соодветните  $\beta$  коефициенти и оценка на нивната применливост. Следениот чекор е примена на предвидувањата на движењето на МБИ10, добиени од емпирискиот модел развиен во претходната глава, за пресметка на очекуваниот принос на пазарното портфолио. Овие два елементи, заедно со проценката за стапката на безризичен принос во земјата, се доволни да користејќи ја формулата на CAPM ја добиеме бараната стапка на принос на секоја акција одделно, која ќе се третира како очекуван принос на акцијата за 2011 година.

#### *Пресметка на $\beta$ коефициентите на акциите од МБИ10*

Како што спомнавме, пресметката на очекуваниот принос на акциите од МБИ10 започнува со пресметка на соодветните  $\beta$  коефициенти на анализираниите акции. Притоа во овој труд, пресметката на показателот за системски ризик на одделните акции ќе се базира на следниве елементи:

1. Како репер за пазарното портфолио ќе се користи индексот МБИ10;
2. Приносот на анализираниите акции не вклучува дивиденда;
3. Пресметката базира на месечните приноси;
4. Периодот за кој ќе се анализираат показателите е јануари 2005 – октомври 2010 година. Во рамките на овој период, ќе се анализираат неколку 24 месечни подпериоди;
5. Предмет на анализа се акциите од МБИ10 на 30.06.2010 година.

Резултатите од ваквата рамка на анализа на  $\beta$  коефициентите и нивната значајност, мерена преку коефициентот на детерминација, се дадени во Табела 1.

**Табела 1: Пресметки на  $\beta$  коефициентите**

Период	2005-2010		2005-2006		2006-2007		2007-2008		2008-2009		2009-2010	
	$\beta$	$R^2$	$\beta$	$R^2$	$\beta$	$R^2$	$\beta$	$R^2$	$\beta$	$R^2$	$\beta$	$R^2$
ALK	1,08	0,83	1,07	0,74	0,93	0,75	1,01	0,90	1,13	0,87	1,29	0,88
KMB	0,92	0,67	1,33	0,79	0,48	0,36	0,56	0,61	0,85	0,81	0,79	0,74
GRNT	1,47	0,61	1,97	0,56	0,99	0,60	1,12	0,77	1,12	0,89	1,29	0,89
SBT	0,60	0,52	0,61	0,58	0,30	0,22	0,55	0,46	0,73	0,61	0,51	0,45
TPLF	1,07	0,63	0,58	0,36	1,48	0,68	1,53	0,81	1,21	0,81	1,17	0,80
MPT	0,97	0,53	0,82	0,24	1,48	0,59	1,10	0,88	0,98	0,89	0,93	0,88
STIL	1,34	0,30	0,43	0,04	2,36	0,39	2,20	0,61	1,48	0,62	1,71	0,63
BESK	1,22	0,49	1,46	0,48	1,26	0,36	1,20	0,52	0,85	0,71	0,83	0,56
ZKPO	0,74	0,25	0,17	0,01	1,39	0,45	1,21	0,63	0,79	0,62	0,59	0,39
REPL	0,44	0,16	0,18	0,02	0,98	0,39	0,71	0,35	0,23	0,18	0,21	0,14
RZUS	1,19	0,21	-0,27	0,01	0,91	0,06	1,67	0,59	2,38	0,68	2,82	0,72

Од табелата се гледа дека освен акцијата на Реплек (REPL), сите имаат релативно значајни коефициенти на детерминација ( $R^2$ ) кои всушност укажуваат колкав дел од варијацијата на акцијата може да се објасни преку варијацијата на пазарното портфолио. Притоа, акциите на Алкалоид АД-Скопје (ALK), Комерцијална банка АД-Скопје (КМБ), Гранит (GRNT), Топлификација АД-Скопје (TPLF) и Макпетрол АД-Скопје (МРТ) имаат невообичаено висок коефициент на детерминација што се должи на релативно тесниот опфат на МБИ10 (само десет акции) и релативно високото учество на спомнативе акции во вкупниот промет на Македниската берза на хартии од вредност. Од тој аспект уште еден проблем кој се јавува како последица на релативно тесниот обем на МБИ10 е намалената валидност на претпоставката дека овој индекс е репрезент на вкупното пазарно портфолио (кое теоретски може да вклучува и друг вид на имот, не само финансиски). Сепак, имајќи ги предвид околностите, МБИ10 претставува најдобар репрезент на пазарното портфолио.

### Пресметка на бараната стапка на принос на акциите од МБИ10 според CAPM

За пресметка на бараната стапка на принос на одделните акции од МБИ10 ќе ја користиме стандардната равенка на CAPM и предвидениот просечен месечен принос согласно емпирискиот модел презентираан во вториот дел од трудот. Имено, согласно моделот, а имајќи ги предвид очекувањата за макроекономското окружување во 2011 година, очекуваниот просечен месечен принос на МБИ10 е 6.2%. Имајќи го ова предвид, бараната стапка на принос на одделните акции на МБИ10 под претпоставка дека безризичната каматна стапка во економијата ќе изнесува 4.3% (на годишно ниво) е презентирана во следната табела:

**Табела 2: Барана месечна стапка на принос на акциите од МБИ10 согласно CAPM<sup>3</sup>**

Акција	Безризична стапка на принос Rf	Очекуван принос на МБИ10 Rm	Премија за ризик на пазарното портфолио Rm-Rf	$\beta$ коефициент 2009-2010	Барана стапка на принос
ALK	0,35	6,20	5,85	1,08	6,66
KMB	0,35	6,20	5,85	0,79	4,96
GRNT	0,35	6,20	5,85	1,29	7,92
SBT	0,35	6,20	5,85	0,51	3,32
TPLF	0,35	6,20	5,85	1,17	7,21
MPT	0,35	6,20	5,85	0,93	5,81
STIL	0,35	6,20	5,85	1,71	10,38
BESK	0,35	6,20	5,85	0,83	5,20
ZKPO	0,35	6,20	5,85	0,59	3,83
REPL	0,35	6,20	5,85	0,21	1,61
RZUS	0,35	6,20	5,85	2,82	16,85

Од табелата се гледа дека прво годишната безризична стапка на принос се претвара во месечна и потоа со користење на соодветните  $\beta$  коефициенти се добива бараната стапка на принос за секоја акција во индексот. Притоа оваа барана месечна стапка на принос ќе ја користиме како репер за очекуваниот принос на соодветната хартија од вредност во понатамошниот тек на анализата.

### Сценарио анализа на приносот на МБИ10

Сепак, имајќи предвид дека очекуваниот просечен месечен принос на МБИ10 од 6.2% е базиран на одреден сет на макроекономски параметри (презентиран во втората глава), кој не е сосема извесен, потребно е исто така да се направи сценарио анализа со цел да се анализира приносот на МБИ10 во различни економски состојби. За таа цел, повторно ќе ја користиме идентификуваната емпириска врска помеѓу МБИ10 и макроекономските варијабли. Притоа, покрај основното макроекономско сценарио, ќе дефинираме и три дополнителни сценарија кои ќе имаат за цел да идентификуваат едно пооптимистичко опкружување од првично анализираното и две попесимистички макроекономски опкружувања. Имајќи предвид дека во нашиот модел МБИ10 зависи од инфлацијата, паричната маса, индустриското производство и каматните стапки (депозитни), во следната табела ги презентираме претпоставките за овие варијабли во четирите сценарија:

**Табела 3: Претпоставки за макроекономските сценарија**

Варијабла	Основно сценарио	Сценарио 1	Сценарио 2	Сценарио 3
Парична маса (годишен раст)	12.8	9	4.5	15
Инфлација (просечна, годишна)	3	5	8	2
Индустриско производство (просечен годишен раст)	3.3	1	-2.2	5
Депозитна каматна стапка на банките (годишна)	8.9	9.2	9.5	8.6
Безризична каматна стапка (благајнички записи)	4.3	5	8	4

<sup>3</sup> Имајќи предвид дека теоретската литература на дава конкретни насоки за оптималната временска рамка за која треба да се пресметаат соодветните  $\beta$  коефициенти, во овој труд го користиме пристапот на Bloomberg, кој соодветните  $\beta$  коефициенти ги пресметува врз база на податоците за последните 2 год.

Од табелата се гледа дека сценаријата 1 и 2 се песимистички варијанти, кога очекуваме забавен раст на паричната маса, пораст на инфлацијата предизвикан од екстерни фактори (на пример: раст на цената на енергенсите), забавување на растот или контракција на индустриското производство, зголемена платно билансна нерамнотежа која ќе наметне рестриктивна монетарна политика и притисок за раст на каматните стапки во економијата. Спротивно на ова, сценариото 3 опфаќа пооптимистичко опкружување во кое имаме повисок раст на паричната маса од сегашните проекции, ниска и стабилна инфлација, повисок раст на индустриското производство и релаксирана монетарна политика. Притоа, предвидувањата на месечниот принос на МБИ10 согласно економетрискиот модел во програмскиот пакет EViews се претставени со следната табела:

**Табела 4: Предвидувања во EViews**

Варијабла	Основно сценарио	Сценарио 1	Сценарио 2	Сценарио 3
Просечен месечен принос на МБИ10 за 2011 во %	6.2	3	-1.2	8.6

Сега вака предвидените приноси на МБИ10 за различни економски состојби треба да се претворат во принос на акциите кои влегуваат во индексот со користење на CAPM. Следејќи ја претходно опишаната постапка за одредување на бараната стапка на принос согласно CAPM, во Табела 5 ги презентираме резултатите од четирите сценарија:

**Табела 5: Барана месечна стапка на принос – CAPM**

Акција	Основно сценарио	Сценарио 1	Сценарио 2	Сценарио 3
ALK	6,66	3,21	-1,35	9,26
KMB	4,96	2,45	-0,81	6,84
GRNT	7,92	3,76	-1,74	11,04
SBT	3,32	1,72	-0,29	4,53
TPLF	7,21	3,45	-1,52	10,03
MPT	5,81	2,83	-1,08	8,04
STIL	10,38	4,85	-2,52	14,51
BESK	5,20	2,56	-0,89	7,19
ZKPO	3,83	1,95	-0,45	5,25
REPL	1,61	0,96	0,25	2,10
RZUS	16,85	7,72	-4,56	23,67

Сепак, имајќи предвид дека основното сценарио е најверојатно од сите четири, истото ќе носи и највисок пондер од 40% при пресметка на просечниот очекуван принос. Останатите три сценарија ќе имаат ист пондер од 20%. Пресметката на очекуваната просечна месечна стапка на принос на акциите е дадена во Табела 6:

**Табела 6: Просечен очекуван принос**

Акција	Основно сценарио	Сценарио 1	Сценарио 2	Сценарио 3	Просечен принос
Пондер	0,4	0,2	0,2	0,2	
ALK	6,66	3,21	-1,35	9,26	4,89
KMB	4,96	2,45	-0,81	6,84	3,68
GRNT	7,92	3,76	-1,74	11,04	5,78
SBT	3,32	1,72	-0,29	4,53	2,52
TPLF	7,21	3,45	-1,52	10,03	5,28
MPT	5,81	2,83	-1,08	8,04	4,28
STIL	10,38	4,85	-2,52	14,51	7,52
BESK	5,20	2,56	-0,89	7,19	3,85
ZKPO	3,83	1,95	-0,45	5,25	2,88
REPL	1,61	0,96	0,25	2,10	1,31
RZUS	16,85	7,72	-4,56	23,67	12,11

### 2.3.2. Пресметка на стандардната девијација на приносите со користење на модел на експоненцијално пондериран подвижен просек (Exponentially weighted moving average models)<sup>4</sup>

Моделот за предвидување на волатилноста на определено средство кој базира на експоненцијално пондерираниот подвижен просек е во основа историски модел кој овозможува настаните од поблиското минато да имаат поголем ефект врз предвидената волатилност во споредба со настаните од подалечното минато. Имено, во овој модел обсервациите од поблиското минато имаат најголем пондер и пондерите експоненцијално се намалуваат низ времето како се движиме кон подалечното минато. Вака дефиниран, овој модел има две значајни предности спрема обичниот модел на историска волатилност, и тоа:

1. Во пракса волатилноста е под поголемо влијание на настаните од поблиското минато отколку на настаните од подалечното минато;
2. Фактот дека пондерите експоненцијално се намалуваат како се движиме кон минатото го намалува ефектот од единечното зголемување на волатилноста.

Сепак, од друга страна главен недостаток на овој модел е фактот што не го зема во предвид 'mean-reverting' карактерот на волатилноста, односно фактот дека по определен шок волатилноста тежнее да се врати на нејзината просечна вредност.

Постојат повеќе начини како може да се пресмета очекуваната стандардна девијација со овој модел, но сепак стандардната равенка е:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j (r_{t-j} - \check{r})^2$$

каде  $r_t$  е приносот на хартијата од вредност во периодот  $t$ ,  $\check{r}$  е просечниот принос на хартијата од вредност за анализираниот период, и  $\lambda$  е коефициент за намалување на влијанието (decay factor). И покрај тоа што постои начин како да се пресмета овој коефициент, во најголем број на научни студии како вредност на коефициентот се зема 0,94 што всушност претставува препорака од креаторите на популарниот програм за управување со ризици RiskMetrics. Од тој аспект и во овој труд вредноста на  $\lambda$  ќе биде одредена на 0,94. Притоа, анализирајќи период од јануари 2005 година до ноември 2010 година, вредноста на очекуваната стандардна девијација на месечниот принос според овој модел за секоја хартија од вредност во МБИ10 е дадена во Табелата 7.

**Табела 7: Очекувана стандардна девијација согласно EWMA моделот**

Очекувана стандардна девијација - EWMA модел									
ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
13,8%	10,6%	16,2%	10,0%	15,5%	13,3%	24,9%	15,8%	15,0%	9,9%

Вака пресметаната очекувана стандардна девијација на акциите од МБИ10 ќе се користи за сите идни периоди за кои ќе се анализираат овие хартии од вредност.

### 2.3.3. Пресметка на историската корелациона матрица помеѓу анализираните средства

Во овој дел од трудот ќе ја пресметаме историската корелациона матрица помеѓу месечните приноси на акциите кои влегуваат во МБИ10 за периодот од јануари 2005 година до ноември 2010 година. Притоа, имајќи предвид дека корелационата матрица е симетрична во однос на дијагоналата, бројот на единечни коефициенти на корелација што треба да се

<sup>4</sup> Повеќе за овој модел види Introductory Econometrics for Finance, Chris Brooks, Cambridge University Press 2008 година



пресметаат е  $\frac{n*(n-1)}{2}$ , или во нашиот случај помеѓу десет хартии од вредност треба да се пресметаат 45 коефициенти на корелација ( $\frac{10*(10-1)}{2} = 45$ ). Пресметаната корелациона матрица за анализираниот период е дадена во Табела 8.

**Табела 8: Корелациона матрица на месечниот принос на акциите во МБИ10**

	ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
ALK	<b>1,00</b>									
KMB	0,68	<b>1,00</b>								
GRNT	0,83	0,63	<b>1,00</b>							
SBT	0,63	0,69	0,65	<b>1,00</b>						
TPLF	0,71	0,48	0,43	0,43	<b>1,00</b>					
MPT	0,54	0,46	0,41	0,42	0,69	<b>1,00</b>				
STIL	0,50	0,26	0,35	0,24	0,51	0,38	<b>1,00</b>			
BESK	0,68	0,53	0,76	0,58	0,49	0,43	0,29	<b>1,00</b>		
ZKPO	0,36	0,24	0,28	0,32	0,56	0,61	0,41	0,44	<b>1,00</b>	
REPL	0,23	0,31	0,22	0,29	0,37	0,38	0,26	0,29	0,48	<b>1,00</b>

Откако ја пресметавме историската корелација помеѓу приносите на акциите во МБИ10 и нивната очекувана стандардна девијација, следна фаза е пресметка на коваријансите помеѓу нив, кои се неопходни за пресметка на границата на ефикасни портфолија. Притоа, коваријансата помеѓу две средства представува производ од нивните стандардни девијации и нивниот коефициент на корелација.

**Табела 9: Матрица коваријансите на месечниот принос на акциите во МБИ10**

	ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
ALK	<b>0,019</b>									
KMB	0,010	<b>0,011</b>								
GRNT	0,019	0,011	<b>0,026</b>							
SBT	0,009	0,007	0,010	<b>0,010</b>						
TPLF	0,015	0,008	0,011	0,007	<b>0,024</b>					
MPT	0,010	0,006	0,009	0,006	0,014	<b>0,018</b>				
STIL	0,017	0,007	0,014	0,006	0,020	0,013	<b>0,062</b>			
BESK	0,015	0,009	0,020	0,009	0,012	0,009	0,011	<b>0,025</b>		
ZKPO	0,007	0,004	0,007	0,005	0,013	0,012	0,015	0,010	<b>0,022</b>	
REPL	0,003	0,003	0,003	0,003	0,006	0,005	0,006	0,004	0,007	<b>0,010</b>

### 2.3.4. Пресметка на границата на ефикасни портфолија со можност за кратка позиција во портфолиото

Последна фаза од анализата претставува пресметка на границата на ефикасни портфолија. Притоа, во овој дел од трудот ќе ја пресметаме границата на ефикасни портфолија под претпоставка дека е можна кратка позиција во портфолиото. За таа цел ги користиме резултатите добиени од емпирискиот модел во втората глава за очекуваниот принос, потоа резултатите од EWMA моделот за очекуваната стандардна девијација и историската корелација помеѓу приносите на акциите од МБИ10. Доколку замениме за вредностите кои ги имаме во формулата на Markowitz за стандардна девијација на портфолио од десет харии од вредност имаме:

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 = & (w_{alk}^2 0,019 + w_{kmb}^2 0,011 + w_{grnt}^2 0,026 + w_{sbt}^2 0,010 + w_{tplf}^2 0,024 \\
& + w_{mpt}^2 0,018 + w_{stil}^2 0,064 + w_{besk}^2 0,025 + w_{zkpo}^2 0,022 + w_{repl}^2 0,010 \\
& + 2w_{alk} w_{kmb} 0,01 + 2w_{alk} w_{grnt} 0,019 + 2w_{alk} w_{sbt} 0,009 + 2w_{alk} w_{tplf} 0,015 \\
& + 2w_{alk} w_{mpt} 0,01 + 2w_{alk} w_{stil} 0,017 + 2w_{alk} w_{besk} 0,015 + 2w_{alk} w_{zkpo} 0,007 \\
& + 2w_{alk} w_{repl} 0,003 + 2w_{kmb} w_{grnt} 0,011 + 2w_{kmb} w_{sbt} 0,007 + 2w_{kmb} w_{tplf} 0,008 \\
& + 2w_{kmb} w_{mpt} 0,01 + 2w_{kmb} w_{stil} 0,007 + 2w_{kmb} w_{besk} 0,009 + 2w_{kmb} w_{zkpo} 0,007 \\
& + 2w_{kmb} w_{repl} 0,003 + 2w_{grnt} w_{sbt} 0,01 + 2w_{grnt} w_{tplf} 0,011 + 2w_{grnt} w_{mpt} 0,009 \\
& + 2w_{grnt} w_{stil} 0,014 + 2w_{grnt} w_{besk} 0,02 + 2w_{grnt} w_{zkpo} 0,007 + 2w_{grnt} w_{repl} 0,003 \\
& + 2w_{sbt} w_{tplf} 0,007 + 2w_{sbt} w_{mpt} 0,006 + 2w_{sbt} w_{stil} 0,006 + 2w_{sbt} w_{besk} 0,009 \\
& + 2w_{sbt} w_{zkpo} 0,005 + 2w_{sbt} w_{repl} 0,003 + 2w_{tplf} w_{mpt} 0,014 + 2w_{tplf} w_{stil} 0,02 \\
& + 2w_{tplf} w_{besk} 0,012 + 2w_{tplf} w_{zkpo} 0,013 + 2w_{tplf} w_{repl} 0,006 + 2w_{mpt} w_{stil} 0,013 \\
& + 2w_{mpt} w_{besk} 0,009 + 2w_{mpt} w_{zkpo} 0,012 + 2w_{mpt} w_{repl} 0,005 + 2w_{stil} w_{besk} 0,011 \\
& + 2w_{stil} w_{zkpo} 0,015 + 2w_{stil} w_{repl} 0,006 + 2w_{besk} w_{zkpo} 0,01 + 2w_{besk} w_{repl} 0,004 \\
& + 2w_{zkpo} w_{repl} 0,007)
\end{aligned}$$

каде  $w$  е учеството на одредена хартија од вредност во вкупното портфолио. Значи целта е да ја минимизираме оваа функција при следниве ограничувања:

$$\mu_p = w_{alk} 4.9 + w_{kmb} 3.7 + w_{grnt} 5.8 + w_{sbt} 2.5 + w_{tplf} 5.28 + w_{mpt} 4.3 + w_{stil} 7.7 + w_{besk} 2.88 + w_{zkpo} 2.9 + w_{repl} 1.3 \text{ и}$$

$$w_{alk} + w_{kmb} + w_{grnt} + w_{sbt} + w_{tplf} + w_{mpt} + w_{stil} + w_{besk} + w_{zkpo} + w_{repl} = 1$$

Имајќи го ова предвид, Лагранжовата функција би била:

$$\begin{aligned}
L = & (w_{alk}^2 0,019 + w_{kmb}^2 0,011 + w_{grnt}^2 0,026 + w_{sbt}^2 0,010 + w_{tplf}^2 0,024 \\
& + w_{mpt}^2 0,018 + w_{stil}^2 0,064 + w_{besk}^2 0,025 + w_{zkpo}^2 0,022 + w_{repl}^2 0,010 \\
& + 2w_{alk} w_{kmb} 0,01 + 2w_{alk} w_{grnt} 0,019 + 2w_{alk} w_{sbt} 0,009 + 2w_{alk} w_{tplf} 0,015 \\
& + 2w_{alk} w_{mpt} 0,01 + 2w_{alk} w_{stil} 0,017 + 2w_{alk} w_{besk} 0,015 + 2w_{alk} w_{zkpo} 0,007 \\
& + 2w_{alk} w_{repl} 0,003 + 2w_{kmb} w_{grnt} 0,011 + 2w_{kmb} w_{sbt} 0,007 + 2w_{kmb} w_{tplf} 0,008 \\
& + 2w_{kmb} w_{mpt} 0,01 + 2w_{kmb} w_{stil} 0,007 + 2w_{kmb} w_{besk} 0,009 + 2w_{kmb} w_{zkpo} 0,007 \\
& + 2w_{kmb} w_{repl} 0,003 + 2w_{grnt} w_{sbt} 0,01 + 2w_{grnt} w_{tplf} 0,011 + 2w_{grnt} w_{mpt} 0,009 \\
& + 2w_{grnt} w_{stil} 0,014 + 2w_{grnt} w_{besk} 0,02 + 2w_{grnt} w_{zkpo} 0,007 + 2w_{grnt} w_{repl} 0,003 \\
& + 2w_{sbt} w_{tplf} 0,007 + 2w_{sbt} w_{mpt} 0,006 + 2w_{sbt} w_{stil} 0,006 + 2w_{sbt} w_{besk} 0,009 \\
& + 2w_{sbt} w_{zkpo} 0,005 + 2w_{sbt} w_{repl} 0,003 + 2w_{tplf} w_{mpt} 0,014 + 2w_{tplf} w_{stil} 0,02 \\
& + 2w_{tplf} w_{besk} 0,012 + 2w_{tplf} w_{zkpo} 0,013 + 2w_{tplf} w_{repl} 0,006 + 2w_{mpt} w_{stil} 0,013 \\
& + 2w_{mpt} w_{besk} 0,009 + 2w_{mpt} w_{zkpo} 0,012 + 2w_{mpt} w_{repl} 0,005 + 2w_{stil} w_{besk} 0,011 \\
& + 2w_{stil} w_{zkpo} 0,015 + 2w_{stil} w_{repl} 0,006 + 2w_{besk} w_{zkpo} 0,01 + 2w_{besk} w_{repl} 0,004 \\
& + 2w_{zkpo} w_{repl} 0,007) \\
& + \lambda_1 (w_{alk} 4.9 + w_{kmb} 3.7 + w_{grnt} 5.8 + w_{sbt} 2.5 + w_{tplf} 5.28 + w_{mpt} 4.3 + w_{stil} 7.7 + w_{besk} 2.88 + w_{zkpo} 2.9 + w_{repl} 1.3 - \mu_p) \\
& + \lambda_2 (w_{alk} + w_{kmb} + w_{grnt} + w_{sbt} + w_{tplf} + w_{mpt} + w_{stil} + w_{besk} + w_{zkpo} + w_{repl} - 1)
\end{aligned}$$

Следна фаза е изедначување на парцијалните диференцијали на функцијата во однос на непознатите со нула:

$$\frac{\partial L}{\partial w_{alk}} = 2w_{alk}0,019 + 2w_{kmb}0,01 + 2w_{grnt}0,019 + 2w_{sbt}0,009 + 2w_{tplf}0,015 + 2w_{mpt}0,01 + 2w_{stil}0,017 + 2w_{besk}0,015 + 2w_{zkpo}0,007 + 2w_{repl}0,003 + \gamma_1 0,049 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{kmb}} = 2w_{alk}0,01 + 2w_{kmb}0,011 + 2w_{grnt}0,011 + 2w_{sbt}0,007 + 2w_{tplf}0,008 + 2w_{mpt}0,006 + 2w_{stil}0,007 + 2w_{besk}0,009 + 2w_{zkpo}0,004 + 2w_{repl}0,003 + \gamma_1 0,037 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{grnt}} = 2w_{alk}0,019 + 2w_{kmb}0,011 + 2w_{grnt}0,026 + 2w_{sbt}0,01 + 2w_{tplf}0,011 + 2w_{mpt}0,009 + 2w_{stil}0,014 + 2w_{besk}0,020 + 2w_{zkpo}0,007 + 2w_{repl}0,003 + \gamma_1 0,058 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{sbt}} = 2w_{alk}0,009 + 2w_{kmb}0,007 + 2w_{grnt}0,01 + 2w_{sbt}0,01 + 2w_{tplf}0,007 + 2w_{mpt}0,006 + 2w_{stil}0,006 + 2w_{besk}0,006 + 2w_{zkpo}0,005 + 2w_{repl}0,003 + \gamma_1 0,025 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{tplf}} = 2w_{alk}0,015 + 2w_{kmb}0,008 + 2w_{grnt}0,011 + 2w_{sbt}0,007 + 2w_{tplf}0,024 + 2w_{mpt}0,014 + 2w_{stil}0,020 + 2w_{besk}0,012 + 2w_{zkpo}0,013 + 2w_{repl}0,006 + \gamma_1 0,053 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{mpt}} = 2w_{alk}0,01 + 2w_{kmb}0,006 + 2w_{grnt}0,009 + 2w_{sbt}0,006 + 2w_{tplf}0,014 + 2w_{mpt}0,018 + 2w_{stil}0,013 + 2w_{besk}0,009 + 2w_{zkpo}0,012 + 2w_{repl}0,005 + \gamma_1 0,043 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{stil}} = 2w_{alk}0,017 + 2w_{kmb}0,007 + 2w_{grnt}0,014 + 2w_{sbt}0,006 + 2w_{tplf}0,020 + 2w_{mpt}0,013 + 2w_{stil}0,062 + 2w_{besk}0,011 + 2w_{zkpo}0,015 + 2w_{repl}0,006 + \gamma_1 0,077 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{besk}} = 2w_{alk}0,015 + 2w_{kmb}0,009 + 2w_{grnt}0,020 + 2w_{sbt}0,009 + 2w_{tplf}0,012 + 2w_{mpt}0,009 + 2w_{stil}0,011 + 2w_{besk}0,025 + 2w_{zkpo}0,010 + 2w_{repl}0,004 + \gamma_1 0,029 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{zkpo}} = 2w_{alk}0,007 + 2w_{kmb}0,004 + 2w_{grnt}0,007 + 2w_{sbt}0,005 + 2w_{tplf}0,013 + 2w_{mpt}0,012 + 2w_{stil}0,015 + 2w_{besk}0,010 + 2w_{zkpo}0,022 + 2w_{repl}0,007 + \gamma_1 0,029 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{repl}} = 2w_{alk}0,003 + 2w_{kmb}0,003 + 2w_{grnt}0,003 + 2w_{sbt}0,003 + 2w_{tplf}0,006 + 2w_{mpt}0,005 + 2w_{stil}0,006 + 2w_{besk}0,006 + 2w_{zkpo}0,007 + 2w_{repl}0,010 + \gamma_1 0,013 + \gamma_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = w_{alk}0,049 + w_{kmb}0,037 + w_{grnt}0,058 + w_{sbt}0,025 + w_{tplf}0,053 + w_{mpt}0,043$$

$$+w_{stil}0,077 + w_{besk}0,029 + w_{zkpo}0,029 + w_{repl}0,013 = \mu_p$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = w_{alk} + w_{kmb} + w_{grnt} + w_{sbt} + w_{tplf} + w_{mpt} + w_{stil} + w_{besk} + w_{zkpo} + w_{repl} = 1$$

Овој систем од дванаесет равенки можеме да го трансформираме во матрична форма:

$$\begin{bmatrix} 0,038 & 0,020 & 0,037 & 0,017 & 0,031 & 0,020 & 0,034 & 0,030 & 0,015 & 0,006 & 0,049 & 1 \\ 0,020 & 0,022 & 0,022 & 0,015 & 0,016 & 0,013 & 0,014 & 0,018 & 0,007 & 0,006 & 0,037 & 1 \\ 0,037 & 0,022 & 0,053 & 0,021 & 0,022 & 0,018 & 0,029 & 0,039 & 0,013 & 0,007 & 0,058 & 1 \\ 0,017 & 0,015 & 0,021 & 0,020 & 0,013 & 0,011 & 0,012 & 0,018 & 0,009 & 0,006 & 0,025 & 1 \\ 0,031 & 0,016 & 0,022 & 0,013 & 0,048 & 0,028 & 0,039 & 0,024 & 0,026 & 0,011 & 0,053 & 1 \\ 0,020 & 0,013 & 0,018 & 0,011 & 0,028 & 0,035 & 0,025 & 0,018 & 0,024 & 0,010 & 0,043 & 1 \\ 0,034 & 0,014 & 0,029 & 0,012 & 0,039 & 0,025 & 0,124 & 0,023 & 0,030 & 0,013 & 0,075 & 1 \\ 0,030 & 0,018 & 0,039 & 0,018 & 0,024 & 0,018 & 0,023 & 0,050 & 0,021 & 0,009 & 0,039 & 1 \\ 0,015 & 0,007 & 0,013 & 0,009 & 0,026 & 0,024 & 0,030 & 0,021 & 0,045 & 0,014 & 0,029 & 1 \\ 0,006 & 0,006 & 0,007 & 0,006 & 0,011 & 0,010 & 0,013 & 0,009 & 0,014 & 0,019 & 0,013 & 1 \\ 0,049 & 0,037 & 0,058 & 0,025 & 0,053 & 0,043 & 0,075 & 0,039 & 0,029 & 0,013 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} w_{alk} \\ w_{kmb} \\ w_{grnt} \\ w_{sbt} \\ w_{tplf} \\ w_{mpt} \\ w_{stil} \\ w_{besk} \\ w_{zkpo} \\ w_{repl} \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu_p \\ 1 \end{matrix}$$

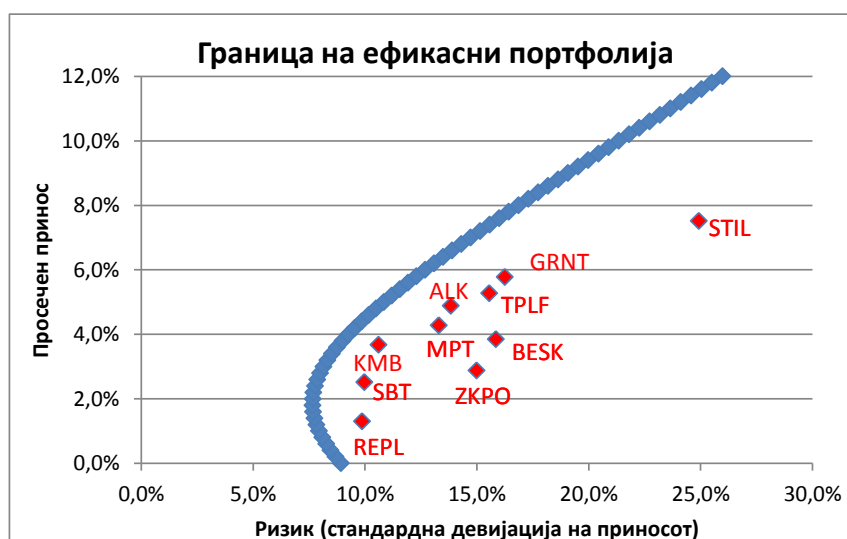
C \* W = K

Имајќи предвид дека непознатите за кои треба да го решиме системот се наоѓаат во матрицата w, имаме:

$$W = K * C^{-1}$$

Во таков случај, единствена непозната од десната страна на равенката е  $\mu_p$  или приносот на портфолиото во матрицата K. Ова значи дека резултатот што ќе го добиеме во матрицата W ќе ги претставува учествата на секоја од десете анализирани хартии од вредност во портфолиото со минимална стандардна девијација за определено ниво на принос на портфолиото. Односно, она што ќе го добиеме како краен резултат всушност претставува портфолиото кое за дадено ниво на принос има најмал можен ризик, односно претставува ефикасно портфолио од анализираниите акции. Притоа, за да се пресмета границата на ефикасни портфолија потребно е претходно опишаната постапка да се повтори голем број пати (во нашиот случај постапката се повторува 60 пати) со цел да се добијат доволен број на ефикасни комбинации на ризик и принос од дадените средства. Резултатите од пресметаните 60 ефикасни портфолија се претставени на Графикон 1(детали од пресметката се дадени во Прилог 2).

**Графикон 1: Граница на ефикасни портфолија (со кратка позиција)**



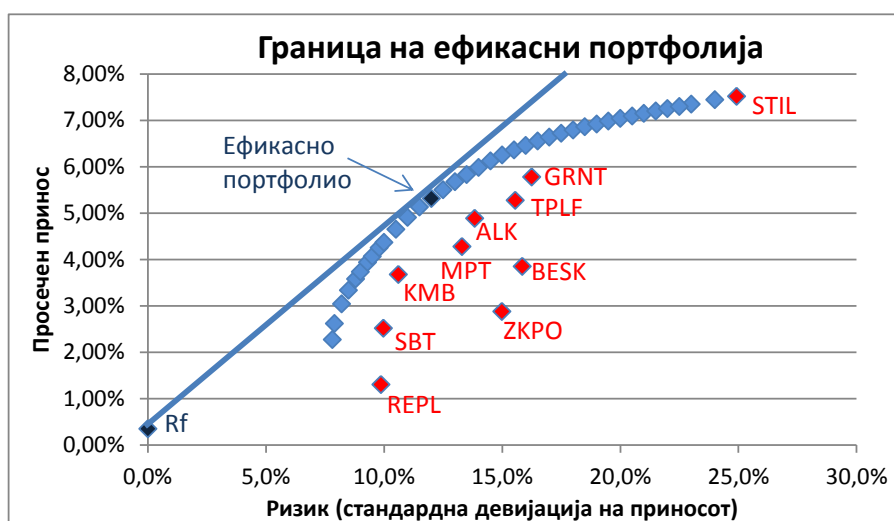
Притоа најефикасното портфолио, односно портфолиото со најдобар однос помеѓу ризикот и приносот (со највисок Sharpe коефициент) е:

Ризик	Принос	Sharpe	ALK	KMB	GRNT	SBT	TLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
18,18%	8,60%	45,06%	-99,33%	79,74%	117,62%	-41,53%	70,40%	29,02%	25,77%	-36,93%	-7,58%	-37,20%

Сепак имајќи предвид дека на Македонската берза за хартии од вредност не е дозволено тргување со кратка позиција, порелевантна граница на ефикасни портфолија би била границата каде учеството на одделните хартии од вредност во портфолиото би се ограничило само на позитивни броеви.

### 2.3.5. Пресметка на границата на ефикасни портфолија без можност за кратка позиција во портфолиото

График 2: Ефикасни портфолија од акциите во МБИ10 (без кратка позиција)<sup>5</sup>



$$\text{Тренд на ГЕП: } y = 2535x^5 - 2163x^4 + 732,8x^3 - 124,5x^2 + 10,92x - 0,344$$

$$R^2 = 0,998$$

Од графиконот се гледа дека кога портфолијата се создадени без постоење на кратка позиција, границата на ефикасни портфолија започнува со портфолиото со минимална стандардна девијација и завршува со средството кое има највисоко ниво на ризик за дадено ниво на принос. Притоа, портфолијата кои лежат на границата на ефикасни портфолија доминираат со своите карактеристики (односот помеѓу ризикот и приносот) во однос на било која хартија од вредност анализирана поединечно, односно нудат повисок принос за единица превземен ризик. Од тој аспект, најефикасно портфолио би било она кое нуди највисок принос во однос на неговиот ризик, односно портфолиото со највисок Sharpe коефициент (наклонот на линијата што почнува од стапката на безризичен принос и е тангента на границата на ефикасни портфолија). Во нашиот случај тоа би било портфолиото 13 (од табелата со ефикасни портфолија без кратка позиција во Прилог 3) или:

Карактеристики			Учество на хартиите од вредност во ефикасното портфолио									
Ризик	Принос	Sharpe	ALK	KMB	GRNT	SBT	TLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
11.5%	5.12%	41.5%	0.0%	29.0%	26.0%	0.0%	13.5%	16.3%	15.2%	0.0%	0.0%	0.0%

Од табелата се гледа дека ефикасното портфолио има Sharpe коефициент од 41,5% што е за 8,1 процентни поени повисок од овој коефициент на најефикасната хартија од вредност анализирана индивидуално (Гранит, 33,4%). Исто така можеме да забележиме дека во структурата на ефикасното портфолио не влегува втората индивидуално најефикасна хартија од вредност (Алкалоид, со Sharpe коефициент од 32,8%). Ова се должи на релативно високиот коефициент на корелација на оваа хартија од вредност со останатите, што во крајна линија

<sup>5</sup> Детали од пресметката се дадени во Прилог 3

значи слаби користи од диверзификација. Од тој аспект, моделот идентификува можност да конструира поефикасни портфолија вклучувајќи индивидуално понеефикасни хартии од вредност, но кои имаат такви меѓусевни врски кои овозможуваат неутрализирање на индивидуалните варијабилитети. Со ова уште еднаш се потврдува дека рационалниот инвеститор не треба да се фокусира на избор на најдобрата хартија од вредност анализирана индивидуално, туку на конструирање на ефикасно портфолио кое ќе значи поголема ефикасност од инвестирањето и во крајна линија поефикасна алокација на ресурсите во економијата.

Со цел подетално да ги објасниме користите од диверзификацијата ќе го анализираме примерот на инвеститор кој има 500 парични единици за инвестирање и истите сака да ги распредели помеѓу безризични средства и ризично портфолио составено од некој од акциите од МБИ10. Притоа, максималната загуба која е спремен инвеститорот да ја прифати е 100 п.е. мерена преку годишен VaR со 95% ниво на доверба и под претпоставка дека приносот ќе има нормална дистрибуција. Алтернативите за инвестирање кои ќе се анализираат ќе бидат вложување на целото ризично портфолио во само една акција и вложување во ефикасното портфолио. Очекуваните резултати од инвестирањето се претставени во Табела 10.

**Табела 10: Споредбена анализа на различните инвестициони можности<sup>6</sup>**

Портфолио	Карактеристики на портфолијата			Процентуален VaR на портфолиото (95%)	Максимална алокација во ризична актива ако дозволен VaR е 100 п.е.	Безризична актива (Вкупна актива = 500п.е.)	Принос на вкупна актива во п.е.
	Ризик	Принос	Sharpe				
портфолио само од ALK	13.8%	4.9%	32.8%	78.8%	126.9	373.1	90.5
портфолио само од KMB	10.6%	3.7%	31.4%	60.4%	165.5	334.5	87.5
портфолио само од GRNT	16.2%	5.8%	33.4%	92.6%	108.0	392.0	91.8
портфолио само од SBT	10.0%	2.5%	21.8%	56.8%	176.1	323.9	67.2
портфолио само од TPLF	15.5%	5.3%	31.7%	88.6%	112.9	387.1	88.1
портфолио само од MPT	13.3%	4.3%	29.6%	75.8%	132.0	368.0	83.6
портфолио само од STIL	24.9%	7.5%	28.8%	142.0%	70.4	429.6	82.0
портфолио само од BESK	15.8%	3.9%	22.1%	90.3%	110.8	389.2	67.9
портфолио само од ZKPO	15.0%	2.9%	16.9%	85.4%	117.1	382.9	57.0
портфолио само од REPL	9.9%	1.3%	9.7%	56.2%	177.9	322.1	41.7
<b>Ефикасно портфолио</b>	<b>11.5%</b>	<b>5.12%</b>	<b>41.5%</b>	<b>65.5%</b>	<b>152.6</b>	<b>347.4</b>	<b>108.7</b>

Од табелата се гледа дека при исто ниво на ризик, алтернативата кога ризичното портфолио е составено од ефикасното портфолио вкупниот принос на средствата на инвеститорот е највисок.

#### 2.4. Анализа на системскиот ризик на Македонската берза

Како што спомнавме претходно вкупниот ризик се состои од несистематски или диверзифицирлив и систематски или недиверзифицирлив ризик. Притоа диверзифицирливиот ризик е оној дел од ризикот кој може да се избегне со вклучување на поголем број на средства во портфолиото. Сепак, ваквите користи од диверзификацијата се ограничени. Од тој аспект, делот од вкупниот ризик кој не може понатаму да се диверзифицира и кој е поврзан со системските параметри се нарекува системски ризик. Генерална мерка за мерење на степенот на диверзификација на портфолијата е просечно пондерираната интра портфолио корелација. Имено, оваа мерка има за цел да покаже колкав дел од диверзифицирливиот ризик е диверзифициран во дадено портфолио на средства. Формулата за пресметка на оваа мерка е:

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \rho_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j}$$

<sup>6</sup> Пресметката базира на принос на безризичното портфолио од 4% годишно. Имајќи предвид дека безризичното портфолио има  $\sigma$  еднаква на 0, VaR на безризичното портфолио е 0. Значи VaR на вкупната актива ќе зависи само од VaR на ризичното портфолио.

каде  $Q$  е просечно пондерираната интра портфолио корелација,  $w$  е учеството на одредено средство со портфолиото и  $\rho$  е корелацијата. Притоа, референтните вредности за интра корелацијата се дадени во Табела 18.

**Табела 11 : Степен на диверзифицираност на несистематскиот ризик<sup>7</sup>**

Интра портфолио корелација	% на диверзифициран несистематски ризик
1	0,0%
0,75	12,5%
0,5	25,0%
0,25	37,5%
0	50,0%
-0,25	62,5%
-0,5	75,0%
-0,75	87,5%
-1	100,0%

Како што може да се види од табелата, намалувањето на интра портфолио корелацијата води кон зголемување на диверзифицираниот несистематски ризик. Ова значи дека можеме да го искористиме моделот за минимизирање на функции, развиен за потребите на пресметката на границата на ефикасни портфолија во овој труд, за пресметка на структурата на портфолиото кое ќе има најмала просечно пондерирана интра портфолио корелација, односно кое ќе има највисок степен на диверзифициран несистематски ризик. Од тој аспект, врз база на историската корелација помеѓу акциите од МБИ10 за периодот јануари 2005 година– ноември 2010 година, структурата на портфолиото кое има најниска просечно пондерирана интра портфолио корелација (без кратка позиција е<sup>8</sup>:

Портфолио со највисок степен на диверзифициран несистематски ризик														
Карактеристики					Учество на хартиите од вредност во портфолиото									
Ризик	Принос	Sharpe	ИПК	СД	ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
15,3%	3,75%	22,2%	46,2%	26,9%	0,0%	12,0%	7,7%	10,6%	0,0%	5,8%	23,2%	7,7%	11,1%	22,1%

Значи од табелата се гледа дека портфолиото со највисок степен на диверзифицираност на несистематскиот ризик има просечно пондерирана интра портфолио корелација (ИПК во табелата) од 46,2% што кореспондира со 26,9% диверзифицираност на несистематскиот ризик. Ова значи дека остатокот од ризикот не може понатаму да се диверзифицира со некоја комбинација од десетте акции кои влегуваат во МБИ10. Ова всушност значи дека остатокот од ризикот е недиверзифициран односно систематски ризик на МБИ10. Оттука се наметнува и заклучокот дека најголем дел од ризикот на МБИ10 е всушност систематски ризик. Притоа, имајќи го предвид високото учество на прометот со акциите во МБИ10 во вкупниот промет на Македонската берза, кое во 2009 и 2010 година е над 90%, можеме ваквиот заклучок без голема грешка да го прошириме и за целиот пазар на капитал во Република Македонија. Притоа, генералниот заклучок е дека во Македонија, најголем дел од ризикот на пазарот на капитал е системски и оттука произлегува и дека цената на хартиите од вредност на македонскиот пазар на капитал најмногу зависи од системскиот ризик а не од индивидуалниот ризик на компаниите. Со други зборови, цената на секоја акција повеќе зависи од системските трендови отколку од перформансите на компаниите. Затоа цениме дека најсоодветен начин за предвидување на трендовите на Македонската берза е преку макроекономските трендови во земјата.

<sup>7</sup>Резултатите од табелата се дадени во M. Statman, "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?" Journal of Financial and Quantitative Analysis 22 (September 1987), pp. 353-64. Изведена од: E. J. Elton and M. J. Gruber, "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytic Solution," Journal of Business 50 (October 1977), pp. 415-37. Исто така Ross, Westerfield, and Jordan, "Fundamentals of Corporate Finance" 7th Edition (2006-11-14), pp. 406.

<sup>8</sup>Пресметката базира на претходно опишаната постапка за минимизирање на функции и со цел да не се оптоварува текстот истата не е дадена, но е достапна за увид кај авторот на трудот.

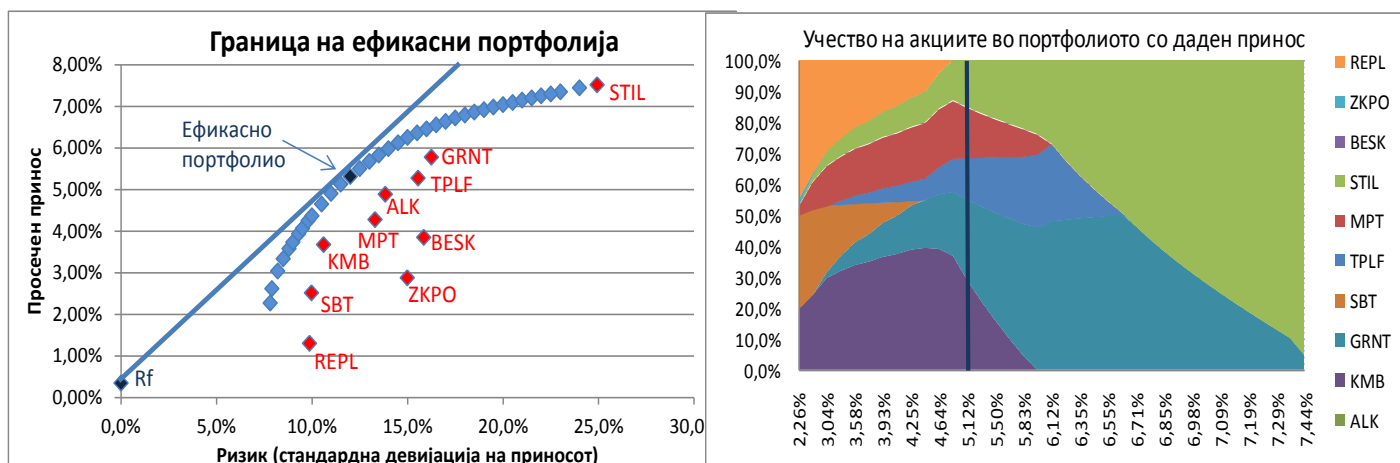
## Заклучок

Целта на овој труд беше да се конструира модел со кој очекувањата за основните макроекономски индикатори ќе може да се претворат во одлука за инвестирање во ефикасни портфолија составени од акциите на компаниите кои влегуваат во македонскиот берзански индекс МБИ10, притоа имајќи ги предвид историските поврзаности и користите од диверзификацијата помеѓу истите. Од тој аспект, во првиот дел од истражувањето во овој труд беа анализирани макроекономските детерминанти на трендовите на македонската берза за хартии од вредност. Притоа, врз основа на сугестиите на теоретската литература во овој домен, формулиравме емпириски модел за зависноста на вредноста на МБИ10 од макроекономските фактори користејќи ја популарната Јохансенова техника на коинтеграција. Резултатите од моделот укажуваат на постоење на стабилна долгорочна врска помеѓу движењето на МБИ10, како зависна варијабла и економската активност, инфлацијата, каматните стапки и паричната маса, како независни варијабли. Коефициентите добиени пред независните променливи укажуваат на значајна позитивна поврзаност на вредноста на МБИ10 со економската активност во земјата, мерена преку нивото на индустриското производство, и паричната маса, мерена преку монетарниот агрегат М2. Притоа, еден процент пораст на индустриското производство во земјата предизвикува просечно 2,5% пораст на вредноста на МБИ10, додека еден процент на раст на паричната маса се поврзува со 3%, во просек, зголемување на МБИ10. Истовремено, со моделот се потврдува и теоретската инверзна врска помеѓу вредноста на акциите и инфлацијата и каматните стапки. Имено, еден процент намалување на индексот на трошоци на живот се поврзува со 7% просечен пораст на МБИ10, додека еден процентен поен пад на каматната стапкана долгорочен денарски банкарски депозит на население без валутна клаузула ќе предизвика 27% пораст, во просек, на вредноста на МБИ10. Ваквата емпириска врска потоа ја искористивме да врз база на официјалните макроекономски проекции на носителите на економските политики во земјава ги предвидиме трендовите на македонската берза во 2011 година. Притоа, покрај основното сценарио за макроекономските индикатори, формулиравме и три стрес сценарија со цел да добиеме пореална просечна стапка на очекуван принос на МБИ10 во 2011 година.

Во фокусот на вториот дел од истражувањето беа техниките за конструирање на оптимални портфолија од хартии од вредност, имајќи ги предвид користите од диверзификацијата помеѓу истите, и нивна примена на Македонската берза за хартии од вредност. Теоретската основа на овој дел е концептот на Модерната портфолио теорија а особено теоретската рамка на Harry Markowitz за избор на портфолија. Првата фаза во овој дел беше пресметка на основните параметри за конструирање на оптимални портфолија составени од акциите кои влегуваат во МБИ10. Притоа, оценките за очекуваниот принос на одделните акции во индексот базираат на предвидувањата на трендовите на МБИ10 добиени од емпирискиот модел конструиран во втората глава. Потоа, користејќи го моделот за вреднување на капиталните средства (CAPM) и оценките на соодветните бета коефициенти (врз база на месечните приноси на акциите во последните две години) беше пресметана бараната стапка на принос за 2011 година за секоја акција во МБИ10. Понатаму, очекуваната стандардна девијација на акциите, исто така неопходен параметар за оптимизација на портфолија, беше пресметана со примена на моделот на експоненцијално пондериран подвижен просек (EWMA) за периодот од 6 години. Потоа, врз база на историската корелација на приносот на одделните акции и очекуваната стандардна девијација, беше пресметана коваријансата помеѓу акциите во МБИ10, неопходна за идентификување на бенефитите од диверзификацијата помеѓу истите. Вака пресметаните параметри за оптимизација на портфолија беа искористени за пресметка на границата на ефикасни портфолија составени од акциите во МБИ10 и тоа во два случаи, со постоење на кратка позиција во портфолиото и без постоење на кратка позиција во портфолиото. Притоа, за пресметка на границата на ефикасни портфолија се користеше методот на познатиот Француски математичар Joseph-Louis Lagrange, за идентификување на екстрими на функции со повеќе варијабли во рамки на дадени ограничувања. Резултатите од примената на оваа техника се дадени во следниот графикон.



## Граница на ефикасни портфолија од акциите во МБИ10 (без кратка позиција)



Ефикасно портфолио												
Карактеристики			Учество на хартиите од вредност во ефикасното портфолио									
Ризик	Принос	Sharpe	ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
11.5%	5.12%	41.5%	0.0%	29.0%	26.0%	0.0%	13.5%	16.3%	15.2%	0.0%	0.0%	0.0%

Од табелата се гледа дека добиеното ефикасно портфолио се карактеризира со значително поголема ефикасност од било која акција анализирана индивидуално, односно дека истото нуди повисок принос за секоја единица превземен ризик. Со ова уште еднаш се потврдува дека рационалниот инвеститор не треба да се фокусира на избор на најдобрата хартија од вредност анализирана индивидуално, туку на конструирање на ефикасно портфолио кое ќе значи поголема ефикасност од инвестирањето и во крајна линија поефикасна алокација на ресурсите во економијата. Притоа, исто така битно е да се спомене дека преференциите за ризик, и во случајот на индивидуалните инвеститори и во случајот на институционалните инвеститори не играат никаква улога при конструкцијата на ефикасното портфолио од даден сет на средства. Имено, преференциите спрема ризикот на инвеститорот имаат важност само во изборот на тоа колкав дел од вкупните средства, кои се расположливи за инвестирање, ќе ги инвестира во ризични средства, а колкав дел ќе се алоцира во безризични инструменти.

Како генерални заклучоци од трудот можат да се изведат следниве:

1. *Македонската берза за хартии од вредност се карактеризира со релативно висока волатилност и од тој аспект техниките за диверзифицирање на ризикот се повеќе од потребни при инвестирањето и истите придонесуваат за зголемување на ефикасноста од инвестирањето.* Имено, како што може да се види од табелата, Македонскиот берзански индекс има повисока просечна стапка на стандардна девијација на месечниот принос и од развиените економии и во однос на земјите од регионот.

Период	Стандардна девијација на месечниот принос на пазарниот индекс						
	САД		Германија	ОК	Македонија	Србија	Хрватска
	DJI	S & P	DAX	FTSE	MBI10	BELEX15	Crobex
2006	1,4%	1,6%	3,2%	2,3%	9,5%	6,3%	4,1%
2007	3,0%	2,8%	3,2%	2,6%	15,0%	13,1%	7,7%
2008	5,2%	6,1%	6,8%	6,1%	11,0%	12,7%	10,8%
2009	6,4%	6,4%	8,1%	5,5%	15,4%	16,4%	13,4%
2010	5,0%	5,6%	4,4%	5,0%	4,5%	5,1%	7,3%
2006-2010	4,5%	4,8%	5,6%	4,4%	14,1%	12,2%	9,5%

Извор: Bloomberg, Reuters, web страни на одделните берзи

Притоа, како што покажавме во трудот, поголемата волатилност подразбира поголема потреба за држење на капитал (во случајот на институционалните инвеститори) што во услови на недостаток на капитал или висока цена за истиот,

подразбира намалена ефикасност од инвестирањето. Дополнително, волатилните инвестиции се вообичаено првите позиции од кои институционалните инвеститори настојуваат да се ослободат кога се соочуваат со недостаток на капитал. Од тој аспект, техниките за диверзификација односно оптимизација на портфолија се повеќе од потребни при инвестирање на Македонската берза за хартии од вредност. Притоа соодветната примена на истите се очекува да придонесе за:

- Зголемена ефикасност од инвестирањето на Македонската берза а со тоа и поефикасна алокација на ресурсите во економијата, што е клучен предуслов за раст на секоја земја;
  - Во однос на индивидуалните инвеститори, техниките за оптимизација на портфолија ќе придонесат, покрај зголемена ефикасност во инвестирањето, за креирање на постабилни портфолија согласно индивидуалните преференции за ризик кои во крајна линија ќе значат намален мотив кај индивидуалните инвеститори за краткорочни менувања на нивните позиции што во крајна линија ќе доведе до намалена волатилност на пазарот и ќе придонесе за зголемување на временскиот хоризонт на инвестиорите (кон подолгорочен);
  - Во однос на институционалните инвеститори, техниките за оптимизација овозможуваат намалена потреба од капитал односно при исто ниво на капитал поголема инвестициона активност и се разбира подобро управување со ризиците.
2. *Во Македонија најголем дел од ризикот на пазарот на капитал е системски и оттука произлегува дека и цената на хартиите од вредност на македонскиот пазар на капитал најмногу зависи од системскиот ризик а не од индивидуалниот ризик на компаниите.* Имено, како што покажавме во трудот, најдобрата историска диверзификација на портфолио составено од акциите од МБИ10 овозможува само 27% намалување на вкупниот ризик, што остава 73% ризик кој неможе да се диверзифицира. Ова укажува дека ризикот, а со тоа и цената на секоја акција повеќе зависи од системските трендови отколку од перформансите на компаниите. Оттука изведуваме и заклучокот дека најсоодветен начин за предвидување на трендовите на Македонската берза е преку следење и адекватно предвидување на макроекономските трендови во земјата.
3. *И покрај тоа што воведувањето на кратка позиција овозможува подобра диверзификација на портфолијата и со тоа намалување на значењето на систематскиот ризик, а зголемување на значењето на индивидуалните карактеристики на хартиите од вредност, ваквиот ефект во крајна линија е релативно слаб.* Ова произлегува од релативно високата корелација помеѓу акциите на Македонската берза.

## Користена литература:

1. Anari, A. and Kolari, J., (2001). "Stock prices and inflation", *Journal of Financial Research* 24, 587–602.
2. Black, F., (1972), "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing". *Journal of Business*.444-455.
3. Black, F., Jensen, M. C. and Scholes, M., (1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*". New York pp. 79-121.
4. Blume, M., (1970), *Portfolio Theory: A Step Towards its Practical Application*. *Journal of Business*. 43:2, pp. 1.52-74.
5. Blume, M., (1971), *On The Assessment of Risk*. *Journal of Finance*, 6, No. 1, pp. 1-10. Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A.J., "Investments", 6th ed. Irwin McGraw-Hill, Chicago.
6. Brooks, C., (2002), *Introductory econometrics for finance*. Cambridge University Press, Cambridge.
7. Brown, "Investment Analysis And Portfolio Management" 7thEdition
8. Bulmash, S. and Trivoli, G. (1991), "Time-lagged interactions between stock prices and selected economic variables", *Journal of Portfolio Management*, Vol. 17 No. 4, pp. 61-7.
9. Chen, N.F., R. Roll and S.A. Ross, (1986), "Economic Forces and the Stock Market", *Journal of Business* 59, 383-403.
10. Cheung, Y. and Ng, L., (1998), "International evidence on the stock market and aggregate economic activity", *Journal of Empirical Finance*, 5, 281-296.
11. DeFina, R.H., (1991), "Does Inflation Depress the Stock Market?", *Business Review*, Federal Reserve Bank of Philadelphia, 3-12.
12. Fama, E.F. and Gibbons, M. (1982), "Inflation, Real Returns and Capital Investment" *Journal of Monetary Economics*, 1982, Vol. 9, No. 3, pp. 545-565.
13. Fama, E.F., (1981), "Stock Returns, Real Activity, Inflation and Money", *American Economic Review* 71, 545-565
14. Firth, M. ,(1979), "The Relationship between Stocks Market Returns and of Inflation", *Journal of Finance* 34 (June 1979).
15. Fisher, I., (1930). *The Theory of Interest*, Macmillan, New York.
16. French, K. R., Schwert, G. W. and Stambaugh, R. E. (1987)), "Expected Stock Return and Volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, 3-29
17. Gan, C., Lee, M., Young, H.W.A. and Zhang, J., (2006), "Macroeconomic Variables and Stock Market Interaction:New Zealand Evidence", *Investment Management and Financial Innovations*, Volume 3, Issue 4
18. Geske, R. and Roll, R., (1983). "The fiscal and monetary linkage between stock returns and inflation", *Journal of Finance* 38, 1-33
19. Granger, C.W.J., (1986), "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 48, 213-27.
20. Harvey, C., (1995), *Predictable Risk and Returns in Emerging Markets*. Review of Financial Studies, Oxford University Press for Society for Financial Studies, vol. 8(3), pages 773-816.
21. Johansen, S. and Juselius, K. ,(1990), "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Application to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, 169-210.
22. Johansen, S., (1991), "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegrating Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models", *Econometrica* 59, 1551-1580.
23. Johansen, S., (1995), *Likelihood based Inference in Cointegrated Vector Auto- Regressive Models*,Oxford University Press.
24. Jorion, P. (1990). "The Exchange rate exposure of U.S. multinational". *Journal of Business*, Vol. 63 No: 3, 331-345
25. Kaneko, T., & Lee, B. S. (1995). "Relative importance of economic factors in the U.S. and Japanese stock markets". *Journal of the Japanese and International Economies* 9, 290–307.
26. Klein, Roger W., and Vijay S. Bawa, 1976, "The Effect of Estimation Risk on Optimal Portfolio Choice" *Journal of Financial Economics* 3, 215-231.

27. Kwon , C.S. and Shin, T.S. “ Cointegration and Causality between Macroeconomic Variables And Stock Market Returns” *Global Finance Journal*, 1999 Vol. 10, No. 1, pp. 71-81.
28. Kwon, C., Shin, T and Bacon, (1997), “ The Effect of Macroeconomic Variables on Stock Market Returns in Developing Markets”, *Multinational Business Review*, Fall, pp 63-70
29. Ledoit, Olivier, and Michael Wolf, 2003, “Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns With an Application to Portfolio Selection,” *Journal of Empirical Finance* 10, 603-621.
30. Ledoit, Olivier, and Michael Wolf, 2004, “A Well-Conditioned Estimator for Large Dimensional Covariance Matrices,” *Journal of Multivariate Analysis*, 88, 365-411.
31. Ledoit, Olivier, and Michael Wolf, 2004, “Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix,” *Journal of Portfolio Management*, 31
32. Lee, B.S, (1992), “Causal Relationships Among Stock Returns, Interest Rates, Real Activity, and Inflation”, *Journal of Finance*, 47, 1591-1603.
33. Lettau, Martin and Jessica Wachter 2005, “Why is Long-Horizon Equity Less Risky? A Duration- Based Explanation of the Value Premium,”Manuscript, NYU and University of Pennsylvania.
34. Liu, Jun, 2004, “Portfolio Selection In Stochastic Environments,” Manuscript, Rady School of Business, University of California at San Diego
35. Mac Kinlay Craig A. et all, (2004), "The Relationship between Expected Risk Premium and Conditional Permanent and Transitory Volatility" Wharton School, University of Pennsylvania, USA
36. Markowitz, H. 1952, “Portfolio Selection,” *Journal of Finance*, 7, 77-99.
37. Markowitz, H. 1991, “Foundation of portfolio theory” *Les Prix Nobel*, 292.
38. Pettengil, G.N., Sundaram, S., Mature. , I., (1995)"The Conditional Relation between Beta and Returns" *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 30, 101-116.
39. Sharpe, W. 1964, “Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under risk” *Journal of Finance* 425-442
40. Sharpe, W. F. (1964)"Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk" *Journal of Finance*, 19, 425–442.
41. Tang, G. Y. N., & Shum, W.C. (2003)"The Relationship between Unsystematic Risk, Skewness and Stock Returns During Up and Down Markets" *International Business Review*, 12 (2003), 523-541.

**Прилог 1а: Проценка на VECM во Eviews**

Vector Error Correction Estimates

Date: 02/28/11 Time: 00:19

Sample (adjusted): 2006M02 2010M06

Included observations: 53 after adjustments

Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:	CointEq1				
LOG(MBI10P(-1))	1.000000				
LOG(M2(-1))	-3.097784 (0.51446) [-6.02140]				
LOG(IPSA(-1))	-2.538927 (0.79495) [-3.19383]				
KS(-1)	0.278300 (0.06154) [ 4.52240]				
LOG(CPI(-1))	7.069843 (2.14296) [ 3.29910]				
C	4.802856				

Error Correction:	D(LOG(MBI10P))	D(LOG(M2))	D(LOG(IPSA))	D(KS)	D(LOG(CPI))
CointEq1	-0.082765 (0.04951) [-1.67162]	0.033009 (0.00730) [ 4.52095]	0.056261 (0.02970) [ 1.89461]	-0.606592 (0.23983) [-2.52930]	0.004240 (0.00580) [ 0.73088]
D(LOG(MBI10P(-1)))	0.558473 (0.11592) [ 4.81771]	-0.006333 (0.01709) [-0.37044]	-0.059334 (0.06952) [-0.85343]	0.980495 (0.56150) [ 1.74622]	-2.22E-05 (0.01358) [-0.00164]
D(LOG(M2(-1)))	1.539432 (0.83980) [ 1.83310]	-0.068372 (0.12384) [-0.55209]	0.716662 (0.50367) [ 1.42287]	-5.499580 (4.06781) [-1.35198]	-0.038031 (0.09839) [-0.38652]
D(LOG(IPSA(-1)))	-0.088370 (0.23530) [-0.37557]	0.078052 (0.03470) [ 2.24942]	-0.099480 (0.14112) [-0.70493]	1.172222 (1.13974) [ 1.02850]	0.038901 (0.02757) [ 1.41107]
D(KS(-1))	-0.057860 (0.02237) [-2.58606]	-0.011307 (0.00330) [-3.42691]	-0.022642 (0.01342) [-1.68735]	-0.487755 (0.10837) [-4.50063]	0.000118 (0.00262) [ 0.04517]
D(LOG(CPI(-1)))	-1.029394 (1.31423)	-0.322925 (0.19381)	-1.099202 (0.78822)	13.65280 (6.36588)	0.150645 (0.15398)

		[-0.78327]	[-1.66623]	[-1.39454]	[ 2.14469]	[ 0.97835]
C	-0.015710 (0.01624) [-0.96764]	0.013883 (0.00239) [ 5.79875]	-0.003527 (0.00974) [-0.36218]	0.072244 (0.07864) [ 0.91867]	0.002678 (0.00190) [ 1.40774]	
R-squared	0.473631	0.389177	0.187081	0.486171	0.068034	
Adj. R-squared	0.404975	0.309504	0.081048	0.419149	-0.053527	
Sum sq. resids	0.363526	0.007905	0.130764	8.529200	0.004990	
S.E. equation	0.088897	0.013109	0.053317	0.430601	0.010416	
F-statistic	6.898536	4.884701	1.764363	7.253981	0.559669	
Log likelihood	56.82445	158.2745	83.91964	-26.79364	170.4664	
Akaike AIC	-1.880168	-5.708472	-2.902628	1.275232	-6.168543	
Schwarz SC	-1.619941	-5.448244	-2.642401	1.535459	-5.908315	
Mean dependent	-0.000895	0.011787	0.001024	0.034722	0.002643	
S.D. dependent	0.115245	0.015776	0.055618	0.564993	0.010147	
Determinant resid covariance (dof adj.)						
		6.04E-14				
Determinant resid covariance						
		2.97E-14				
Log likelihood						
		449.3603				
Akaike information criterion						
		-15.44756				
Schwarz criterion						
		-13.96054				

## Прилог 16: Резултати од дијагностичките тестови на VAR

### VAR(4)

Тест	Равенка				
	MBI10	M2	CPI	KS	IP
Тест за сериска корелација	✓	✓	✗	✗	✓
Тест за функционална форма	✗	✗	✗	✗	✓
Тест за нормалност	✓	✓	✓	✓	✓
Тест за хетероскедастичност	✓	✓	✓	✓	✓

### VAR(3)

Тест	Равенка				
	MBI10	M2	CPI	KS	IP
Тест за сериска корелација	✓	✗	✗	✗	✓
Тест за функционална форма	✗	✗	✗	✓	✓
Тест за нормалност	✓	✓	✓	✓	✓
Тест за хетероскедастичност	✓	✓	✓	✓	✓

### VAR(2)

Тест	Равенка				
	MBI10	M2	CPI	KS	IP
Тест за сериска корелација	✓	✗	✗	✗	✗
Тест за функционална форма	✓	✓	✗	✓	✓
Тест за нормалност	✓	✓	✓	✓	✓
Тест за хетероскедастичност	✓	✓	✓	✓	✓

### VAR(1)

Тест	Равенка				
	MBI10	M2	CPI	KS	IP
Тест за сериска корелација	✗	✗	✗	✗	✓
Тест за функционална форма	✗	✓	✓	✓	✓
Тест за нормалност	✓	✓	✓	✓	✓
Тест за хетероскедастичност	✓	✓	✓	✓	✓

**Прилог 2: Резултати од пресметката на границата на ефикасни портфолија со можност за кратка позиција во портфолиото**

Портфолио	Карактеристики			Учество на хартиите од вредност во ефикасното портфолио									
	Ризик	Принос	Sharpe	ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
1	8,93%	0,00%	-4,56%	50,97%	2,51%	-54,33%	58,52%	-36,27%	3,02%	-7,64%	9,74%	6,77%	66,72%
2	8,68%	0,20%	-2,39%	47,47%	4,30%	-50,33%	56,19%	-33,79%	3,62%	-6,86%	8,66%	6,43%	64,30%
3	8,46%	0,40%	-0,09%	43,98%	6,10%	-46,33%	53,86%	-31,30%	4,23%	-6,09%	7,57%	6,10%	61,89%
4	8,27%	0,60%	2,33%	40,48%	7,90%	-42,34%	51,54%	-28,82%	4,83%	-5,31%	6,49%	5,77%	59,47%
5	8,10%	0,80%	4,85%	36,98%	9,69%	-38,34%	49,21%	-26,34%	5,44%	-4,53%	5,40%	5,43%	57,05%
6	7,95%	1,00%	7,45%	33,49%	11,49%	-34,34%	46,88%	-23,86%	6,04%	-3,76%	4,32%	5,10%	54,64%
7	7,83%	1,20%	10,12%	29,99%	13,28%	-30,34%	44,56%	-21,38%	6,64%	-2,98%	3,23%	4,77%	52,22%
8	7,74%	1,40%	12,82%	26,50%	15,08%	-26,34%	42,23%	-18,90%	7,25%	-2,20%	2,15%	4,43%	49,80%
9	7,69%	1,60%	15,51%	23,00%	16,88%	-22,34%	39,90%	-16,42%	7,85%	-1,42%	1,06%	4,10%	47,39%
10	7,66%	1,80%	18,18%	19,51%	18,67%	-18,34%	37,58%	-13,94%	8,46%	-0,65%	-0,02%	3,77%	44,97%
11	7,66%	2,00%	20,78%	16,01%	20,47%	-14,34%	35,25%	-11,46%	9,06%	0,13%	-1,11%	3,43%	42,55%
12	7,70%	2,20%	23,28%	12,52%	22,27%	-10,34%	32,92%	-8,98%	9,67%	0,91%	-2,20%	3,10%	40,14%
13	7,77%	2,40%	25,65%	9,02%	24,06%	-6,35%	30,60%	-6,50%	10,27%	1,68%	-3,28%	2,76%	37,72%
14	7,86%	2,60%	27,88%	5,53%	25,86%	-2,35%	28,27%	-4,02%	10,88%	2,46%	-4,37%	2,43%	35,30%
15	7,99%	2,80%	29,94%	2,03%	27,65%	1,65%	25,95%	-1,54%	11,48%	3,24%	-5,45%	2,10%	32,89%
16	8,14%	3,00%	31,84%	-1,46%	29,45%	5,65%	23,62%	0,94%	12,09%	4,01%	-6,54%	1,76%	30,47%
17	8,32%	3,20%	33,55%	-4,96%	31,25%	9,65%	21,29%	3,43%	12,69%	4,79%	-7,62%	1,43%	28,05%
18	8,53%	3,40%	35,10%	-8,45%	33,04%	13,65%	18,97%	5,91%	13,30%	5,57%	-8,71%	1,10%	25,63%
19	8,75%	3,60%	36,47%	-11,95%	34,84%	17,65%	16,64%	8,39%	13,90%	6,34%	-9,79%	0,76%	23,22%
20	9,00%	3,80%	37,69%	-15,44%	36,63%	21,65%	14,31%	10,87%	14,51%	7,12%	-10,88%	0,43%	20,80%
21	9,27%	4,00%	38,77%	-18,94%	38,43%	25,65%	11,99%	13,35%	15,11%	7,90%	-11,96%	0,10%	18,38%
22	9,55%	4,20%	39,70%	-22,43%	40,23%	29,65%	9,66%	15,83%	15,72%	8,68%	-13,05%	-0,24%	15,97%
23	9,85%	4,40%	40,52%	-25,93%	42,02%	33,64%	7,33%	18,31%	16,32%	9,45%	-14,13%	-0,57%	13,55%
24	10,17%	4,60%	41,23%	-29,42%	43,82%	37,64%	5,01%	20,79%	16,93%	10,23%	-15,22%	-0,91%	11,13%
25	10,50%	4,80%	41,84%	-32,92%	45,62%	41,64%	2,68%	23,27%	17,53%	11,01%	-16,30%	-1,24%	8,72%
26	10,84%	5,00%	42,37%	-36,41%	47,41%	45,64%	0,35%	25,75%	18,14%	11,78%	-17,39%	-1,57%	6,30%
27	11,19%	5,20%	42,83%	-39,91%	49,21%	49,64%	-1,97%	28,23%	18,74%	12,56%	-18,48%	-1,91%	3,88%
28	11,55%	5,40%	43,21%	-43,40%	51,00%	53,64%	-4,30%	30,71%	19,35%	13,34%	-19,56%	-2,24%	1,47%
29	11,92%	5,60%	43,55%	-46,90%	52,80%	57,64%	-6,63%	33,19%	19,95%	14,11%	-20,65%	-2,57%	-0,95%
30	12,30%	5,80%	43,83%	-50,40%	54,60%	61,64%	-8,95%	35,67%	20,56%	14,89%	-21,73%	-2,91%	-3,37%
31	12,69%	6,00%	44,07%	-53,89%	56,39%	65,64%	-11,28%	38,16%	21,16%	15,67%	-22,82%	-3,24%	-5,78%
32	13,09%	6,20%	44,27%	-57,39%	58,19%	69,63%	-13,61%	40,64%	21,77%	16,44%	-23,90%	-3,57%	-8,20%
33	13,49%	6,40%	44,44%	-60,88%	59,98%	73,63%	-15,93%	43,12%	22,37%	17,22%	-24,99%	-3,91%	-10,62%
34	13,89%	6,60%	44,58%	-64,38%	61,78%	77,63%	-18,26%	45,60%	22,98%	18,00%	-26,07%	-4,24%	-13,03%
35	14,30%	6,80%	44,69%	-67,87%	63,58%	81,63%	-20,59%	48,08%	23,58%	18,78%	-27,16%	-4,58%	-15,45%
36	14,72%	7,00%	44,79%	-71,37%	65,37%	85,63%	-22,91%	50,56%	24,19%	19,55%	-28,24%	-4,91%	-17,87%
37	15,14%	7,20%	44,86%	-74,86%	67,17%	89,63%	-25,24%	53,04%	24,79%	20,33%	-29,33%	-5,24%	-20,28%
38	15,57%	7,40%	44,92%	-78,36%	68,97%	93,63%	-27,57%	55,52%	25,39%	21,11%	-30,41%	-5,58%	-22,70%
39	15,99%	7,60%	44,97%	-81,85%	70,76%	97,63%	-29,89%	58,00%	26,00%	21,88%	-31,50%	-5,91%	-25,12%
40	16,43%	7,80%	45,01%	-85,35%	72,56%	101,63%	-32,22%	60,48%	26,60%	22,66%	-32,59%	-6,24%	-27,53%
41	16,86%	8,00%	45,03%	-88,84%	74,35%	105,63%	-34,55%	62,96%	27,21%	23,44%	-33,67%	-6,58%	-29,95%
42	17,30%	8,20%	45,05%	-92,34%	76,15%	109,62%	-36,87%	65,44%	27,81%	24,21%	-34,76%	-6,91%	-32,37%
43	17,74%	8,40%	45,05%	-95,83%	77,95%	113,62%	-39,20%	67,92%	28,42%	24,99%	-35,84%	-7,24%	-34,78%
44	18,18%	8,60%	45,06%	-99,33%	79,74%	117,62%	-41,53%	70,40%	29,02%	25,77%	-36,93%	-7,58%	-37,20%
45	18,63%	8,80%	45,05%	-102,82%	81,54%	121,62%	-43,85%	72,89%	29,63%	26,54%	-38,01%	-7,91%	-39,62%
46	19,08%	9,00%	45,04%	-106,32%	83,33%	125,62%	-46,18%	75,37%	30,23%	27,32%	-39,10%	-8,25%	-42,03%
47	19,53%	9,20%	45,03%	-109,81%	85,13%	129,62%	-48,51%	77,85%	30,84%	28,10%	-40,18%	-8,58%	-44,45%
48	19,98%	9,40%	45,01%	-113,31%	86,93%	133,62%	-50,83%	80,33%	31,44%	28,88%	-41,27%	-8,91%	-46,87%
49	20,43%	9,60%	44,99%	-116,80%	88,72%	137,62%	-53,16%	82,81%	32,05%	29,65%	-42,35%	-9,25%	-49,28%
50	20,89%	9,80%	44,97%	-120,30%	90,52%	141,62%	-55,49%	85,29%	32,65%	30,43%	-43,44%	-9,58%	-51,70%
51	21,34%	10,00%	44,94%	-123,79%	92,32%	145,62%	-57,81%	87,77%	33,26%	31,21%	-44,52%	-9,91%	-54,12%
52	21,80%	10,20%	44,92%	-127,29%	94,11%	149,61%	-60,14%	90,25%	33,86%	31,98%	-45,61%	-10,25%	-56,54%
53	22,26%	10,40%	44,89%	-130,79%	95,91%	153,61%	-62,47%	92,73%	34,47%	32,76%	-46,69%	-10,58%	-58,95%
54	22,72%	10,60%	44,86%	-134,28%	97,70%	157,61%	-64,79%	95,21%	35,07%	33,54%	-47,78%	-10,91%	-61,37%
55	23,18%	10,80%	44,82%	-137,78%	99,50%	161,61%	-67,12%	97,69%	35,68%	34,31%	-48,87%	-11,25%	-63,79%
56	23,65%	11,00%	44,79%	-141,27%	101,30%	165,61%	-69,45%	100,17%	36,28%	35,09%	-49,95%	-11,58%	-66,20%
57	24,11%	11,20%	44,76%	-144,77%	103,09%	169,61%	-71,77%	102,65%	36,89%	35,87%	-51,04%	-11,92%	-68,62%
58	24,58%	11,40%	44,73%	-148,26%	104,89%	173,61%	-74,10%	105,13%	37,49%	36,64%	-52,12%	-12,25%	-71,04%
59	25,04%	11,60%	44,69%	-151,76%	106,68%	177,61%	-76,43%	107,62%	38,10%	37,42%	-53,21%	-12,58%	-73,45%
60	25,51%	11,80%	44,66%	-155,25%	108,48%	181,61%	-78,75%	110,10%	38,70%	38,20%	-54,29%	-12,92%	-75,87%
61	25,98%	12,00%	44,62%	-158,75%	110,28%	185,60%	-81,08%	112,58%	39,31%	38,98%	-55,38%	-13,25%	-78,29%

**Прилог 3: Резултати од пресметката на границата на ефикасни портфолија без можност за кратка позиција во портфолиото**

Портфолио	Карактеристики		
	Ризик	Принос	Sharpe
1	7,8%	2,26%	24,5%
2	7,9%	2,61%	28,6%
3	8,2%	3,04%	32,7%
4	8,5%	3,33%	35,0%
5	8,8%	3,58%	36,6%
6	9,0%	3,72%	37,5%
7	9,3%	3,93%	38,5%
8	9,5%	4,06%	39,1%
9	9,8%	4,25%	39,7%
10	10,0%	4,36%	40,1%
11	10,5%	4,64%	40,9%
12	11,0%	4,90%	41,3%
13	11,5%	5,12%	41,5%
14	12,0%	5,32%	41,4%
15	12,5%	5,50%	41,2%
16	13,0%	5,67%	40,9%
17	13,5%	5,83%	40,6%
18	14,0%	5,98%	40,2%
19	14,5%	6,12%	39,8%
20	15,0%	6,25%	39,3%
21	15,5%	6,35%	38,7%
22	16,0%	6,45%	38,1%
23	16,5%	6,55%	37,5%
24	17,0%	6,63%	36,9%
25	17,5%	6,71%	36,4%
26	18,0%	6,79%	35,7%
27	18,5%	6,85%	35,1%
28	19,0%	6,92%	34,5%
29	19,5%	6,98%	34,0%
30	20,0%	7,03%	33,4%
31	20,5%	7,09%	32,9%
32	21,0%	7,14%	32,3%
33	21,5%	7,19%	31,8%
34	22,0%	7,24%	31,3%
35	23,0%	7,34%	30,4%
36	24,0%	7,44%	29,5%
37	22,5%	7,29%	30,9%

Учество на хартиите од вредност во ефикасното портфолио									
ALK	KMB	GRNT	SBT	TPLF	MPT	STIL	BESK	ZKPO	REPL
0,0%	19,6%	0,0%	30,3%	0,0%	3,0%	0,0%	0,0%	2,3%	44,8%
0,0%	24,1%	0,0%	27,6%	0,0%	9,0%	1,9%	0,0%	0,8%	36,6%
0,0%	29,6%	1,9%	21,5%	0,0%	13,1%	4,8%	0,0%	0,0%	29,3%
0,0%	31,9%	4,8%	16,5%	1,5%	14,3%	5,9%	0,0%	0,0%	25,1%
0,0%	33,7%	7,4%	12,5%	2,8%	15,2%	6,9%	0,0%	0,0%	21,6%
0,0%	34,9%	8,9%	10,0%	3,6%	15,7%	7,4%	0,0%	0,0%	19,5%
0,0%	36,4%	11,0%	6,6%	4,8%	16,4%	8,2%	0,0%	0,0%	16,6%
0,0%	37,3%	12,3%	4,5%	5,5%	16,9%	8,7%	0,0%	0,0%	14,7%
0,0%	38,7%	14,3%	1,4%	6,5%	17,6%	9,4%	0,0%	0,0%	12,1%
0,0%	39,3%	15,4%	0,0%	7,2%	18,0%	9,9%	0,0%	0,0%	10,2%
0,0%	39,0%	17,7%	0,0%	8,9%	18,8%	11,4%	0,0%	0,0%	4,3%
0,0%	36,7%	20,7%	0,0%	10,9%	18,7%	12,9%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	29,0%	26,0%	0,0%	13,5%	16,3%	15,2%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	22,2%	30,6%	0,0%	15,9%	14,3%	17,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	15,9%	34,8%	0,0%	18,0%	12,4%	18,9%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	10,1%	38,8%	0,0%	20,0%	10,6%	20,5%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	4,6%	42,5%	0,0%	21,9%	8,9%	22,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	45,9%	0,0%	23,6%	6,6%	23,9%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	48,0%	0,0%	25,0%	0,1%	26,9%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	48,5%	0,0%	19,1%	0,1%	32,3%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	48,9%	0,0%	13,9%	0,1%	37,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	49,3%	0,0%	9,2%	0,1%	41,4%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	49,7%	0,0%	4,8%	0,1%	45,4%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	50,1%	0,0%	0,8%	0,0%	49,2%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	46,4%	0,0%	0,0%	0,0%	53,6%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	42,2%	0,0%	0,0%	0,0%	57,8%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	38,4%	0,0%	0,0%	0,0%	61,6%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	34,8%	0,0%	0,0%	0,0%	65,2%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	31,3%	0,0%	0,0%	0,0%	68,7%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	28,0%	0,0%	0,0%	0,0%	72,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	24,9%	0,0%	0,0%	0,0%	75,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	21,8%	0,0%	0,0%	0,0%	78,2%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	18,8%	0,0%	0,0%	0,0%	81,2%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	15,9%	0,0%	0,0%	0,0%	84,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	10,3%	0,0%	0,0%	0,0%	89,7%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	4,9%	0,0%	0,0%	0,0%	95,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,0%	0,0%	13,1%	0,0%	0,0%	0,0%	86,9%	0,0%	0,0%	0,0%